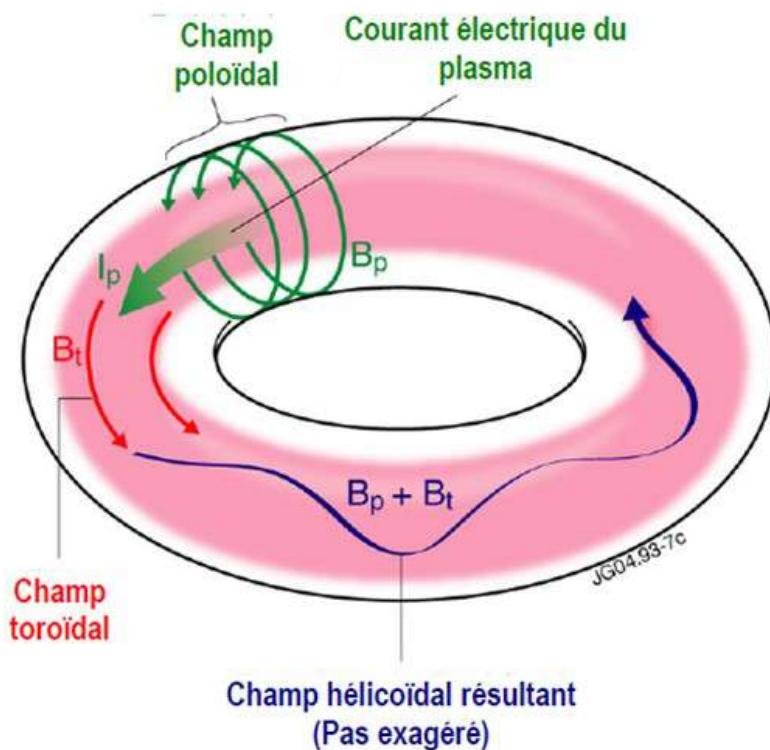


Confinement magnétique de magma : Un nouvel atout pour les énergies du futur

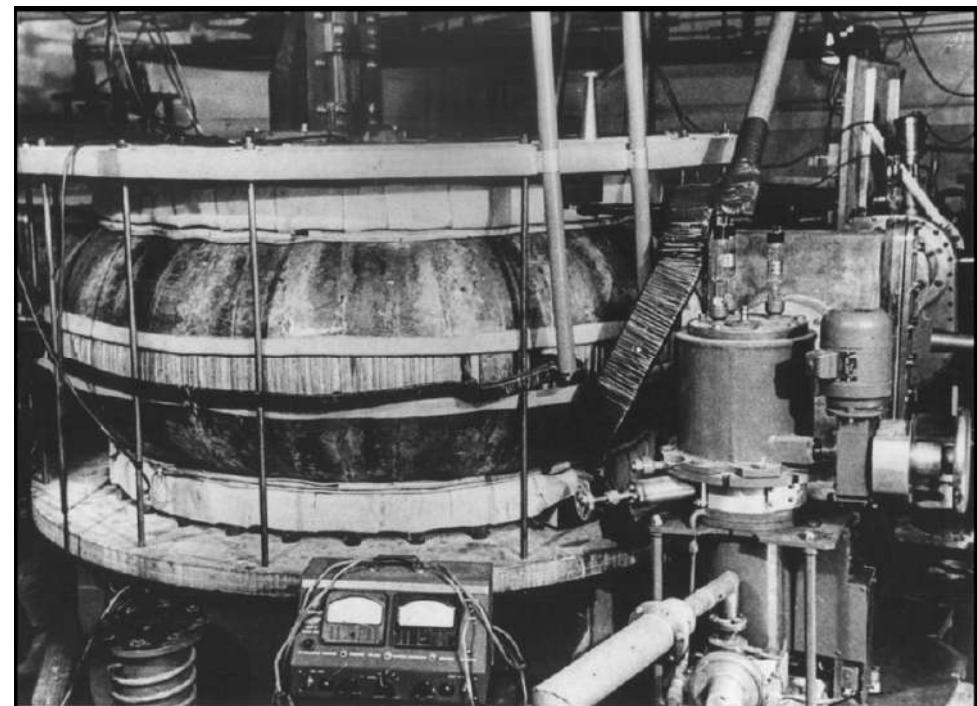


Tokamak

Champ magnétique à l'intérieur du tokamak

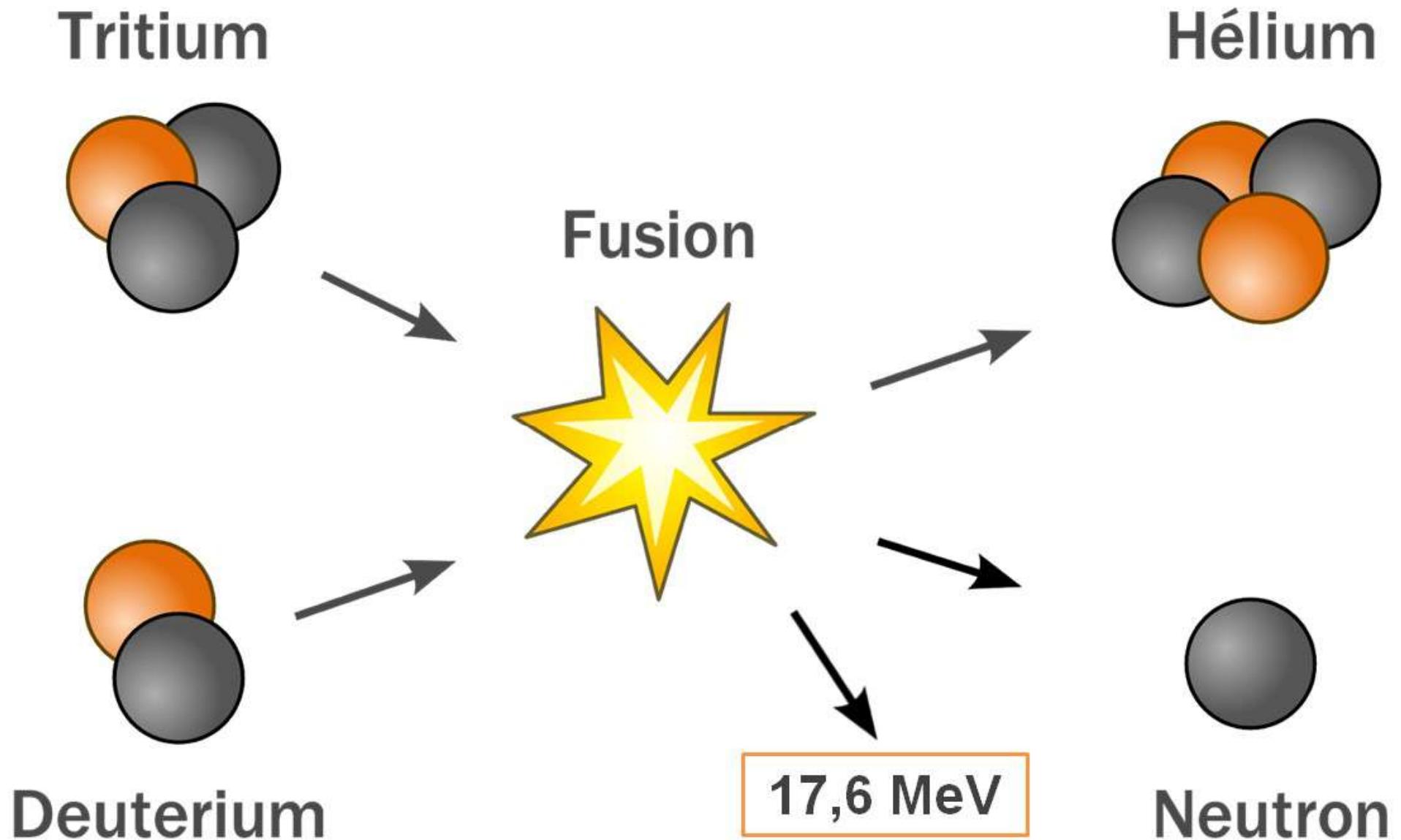


Tokamak T1 à l'institut Kourtchatov à Moscou

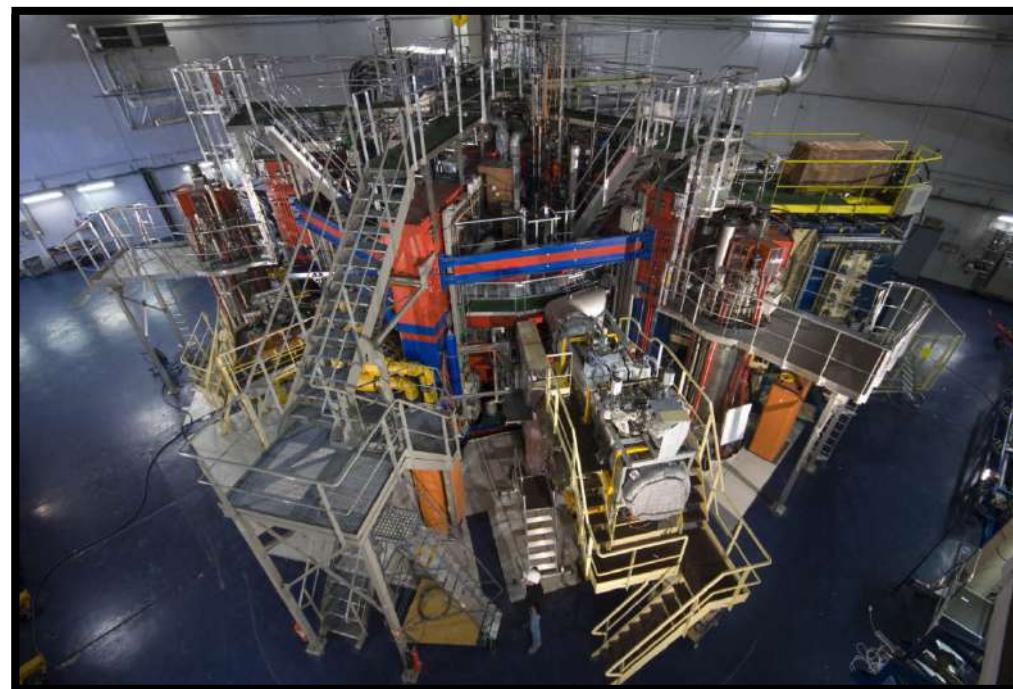
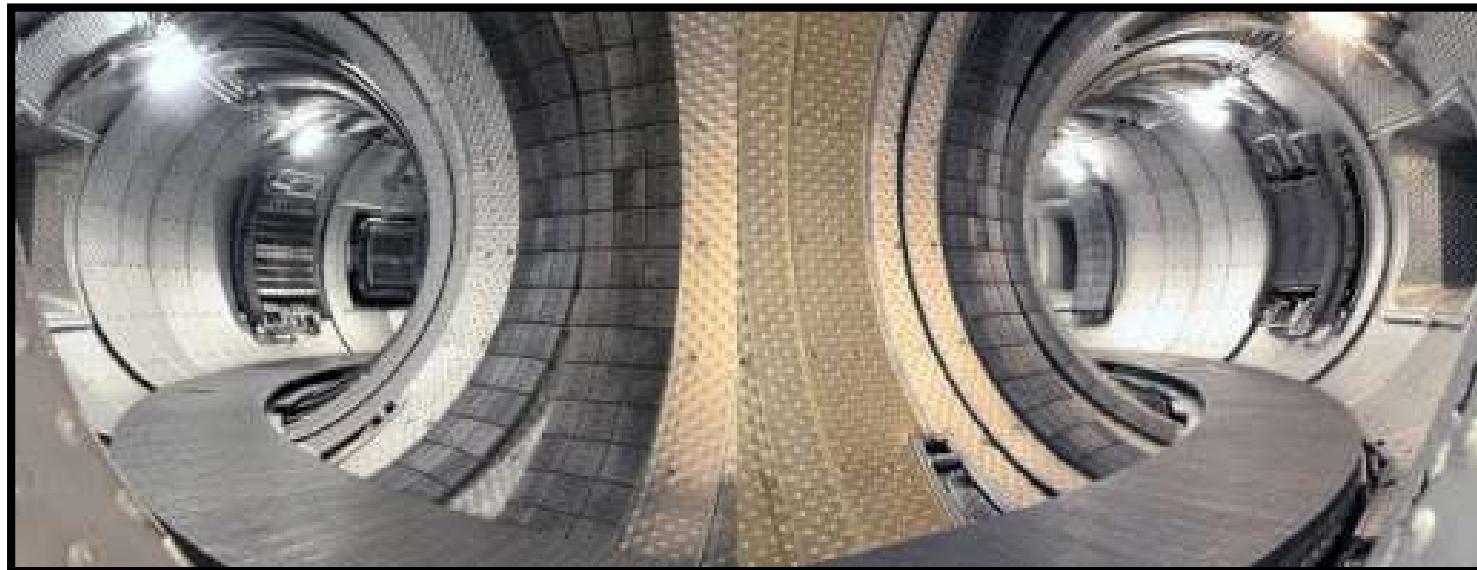


Issu du russe: *toroidalnaya kamera s magnitnymi katouchkami*, qui signifie: **chambre toroïdale avec bobines magnétiques**

Réaction de fusion nucléaire

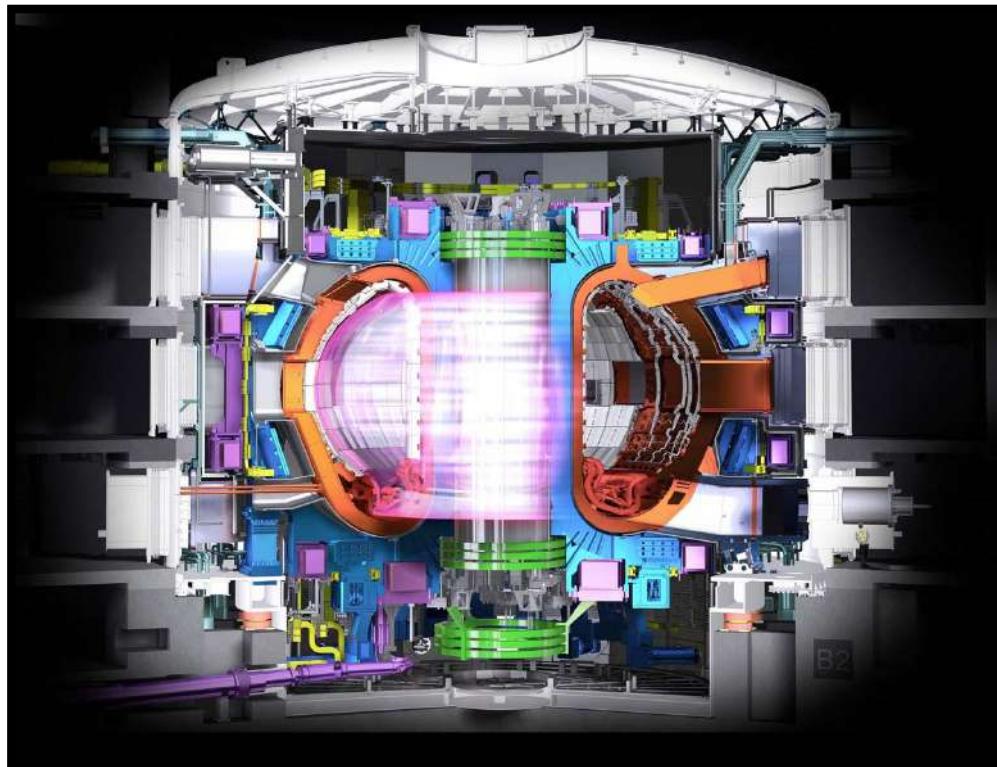


Tokamak Tore Supra



Tokamak ITER

(International Thermonuclear Experimental Reactor)



eu india japan korea russi

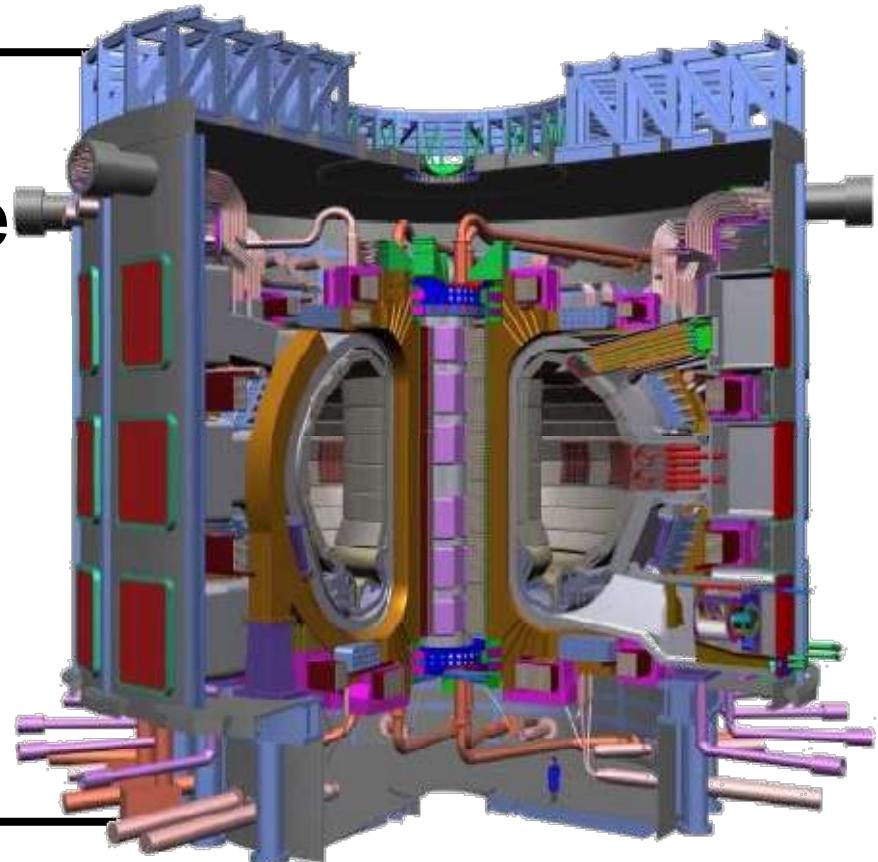


Plan:

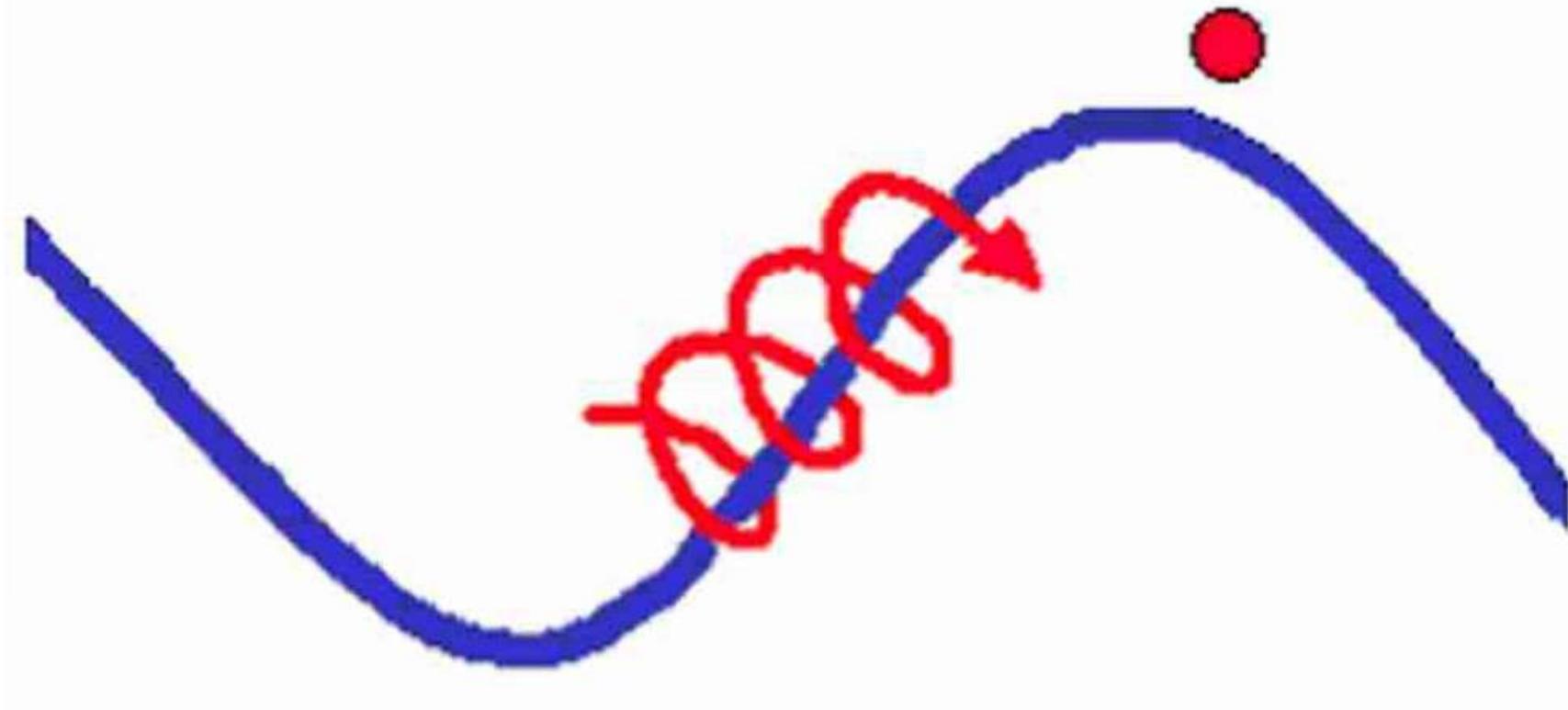
I: Confinement Magnétique

II: Etude d'un Tokamak

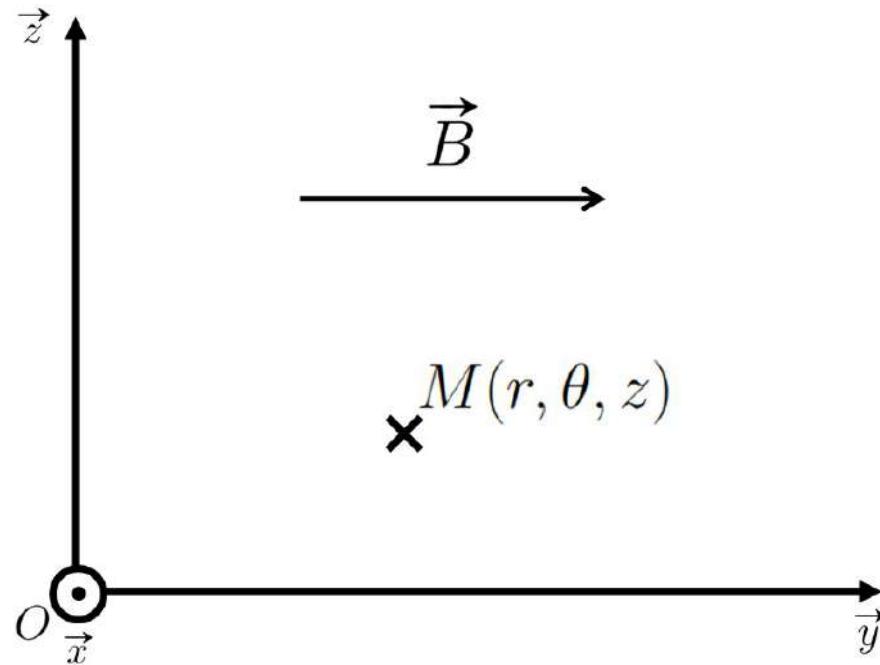
III: Amélioration du Modèle



I: Confinement Magnétique



Etude dans un champ uniforme



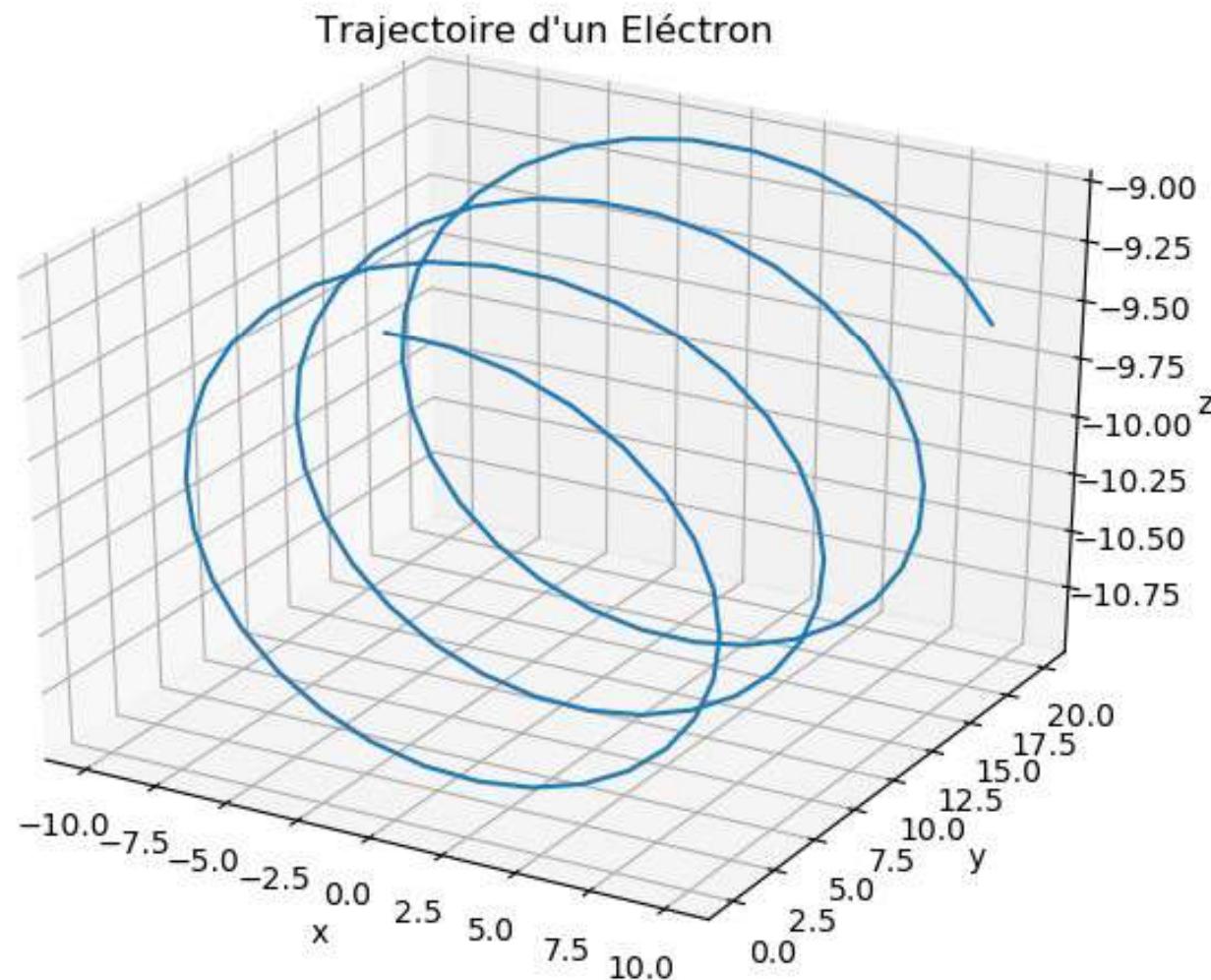
Système: Particule chargée de charge q et de masse m

Bilan des forces: Force de Lorentz: $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

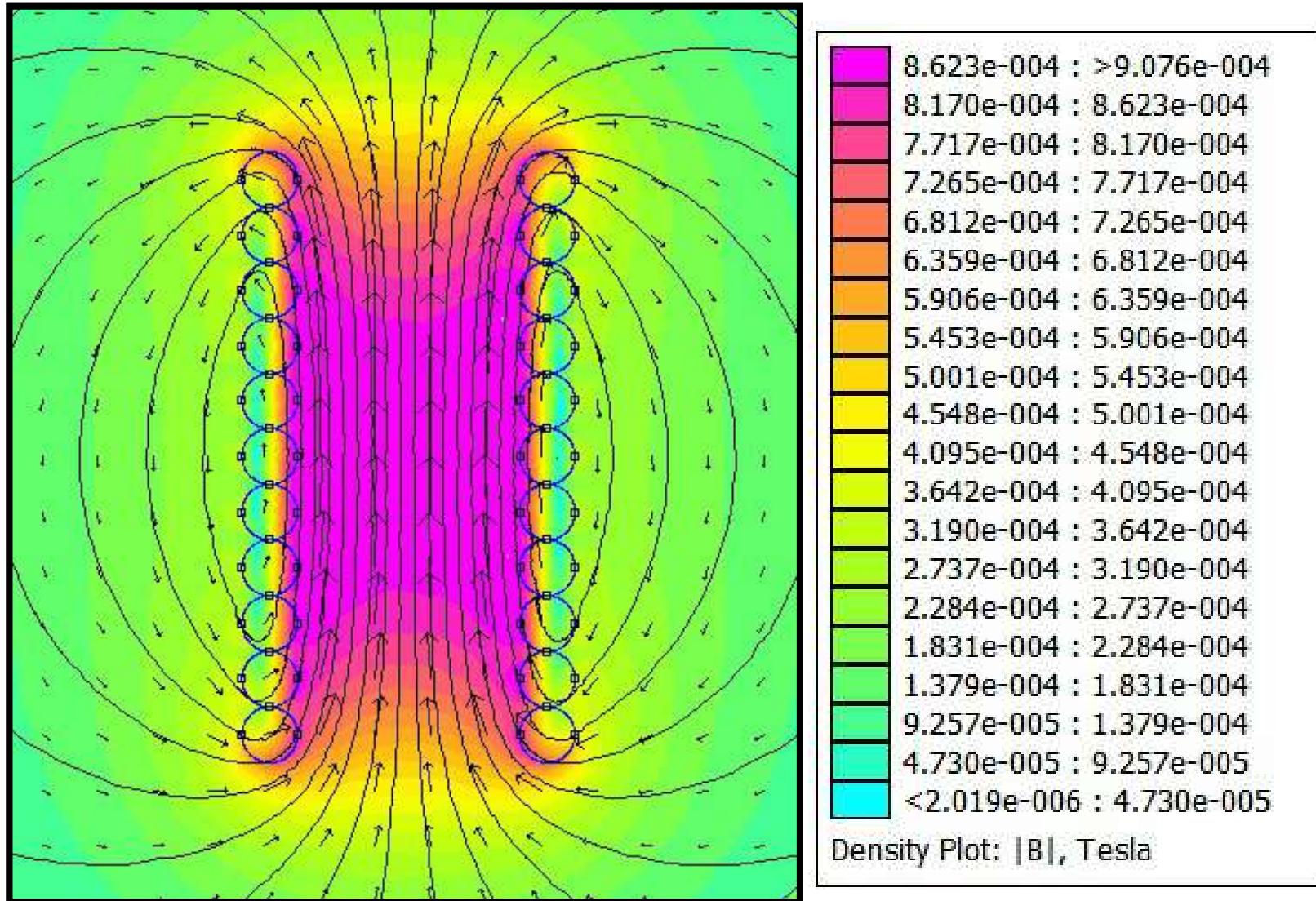
Principe fondamental de la dynamique: $m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

$$\begin{cases} x(t) = \rho_L \sin(\omega_c t) + x_0 \\ y(t) = v_{\parallel} t + y_0 \\ z(t) = \epsilon \rho_L (1 - \cos(\omega_c t)) + z_0 \end{cases}$$

Avec $\rho_L = \frac{v_{\perp}}{\omega_c}$ le rayon de Larmor

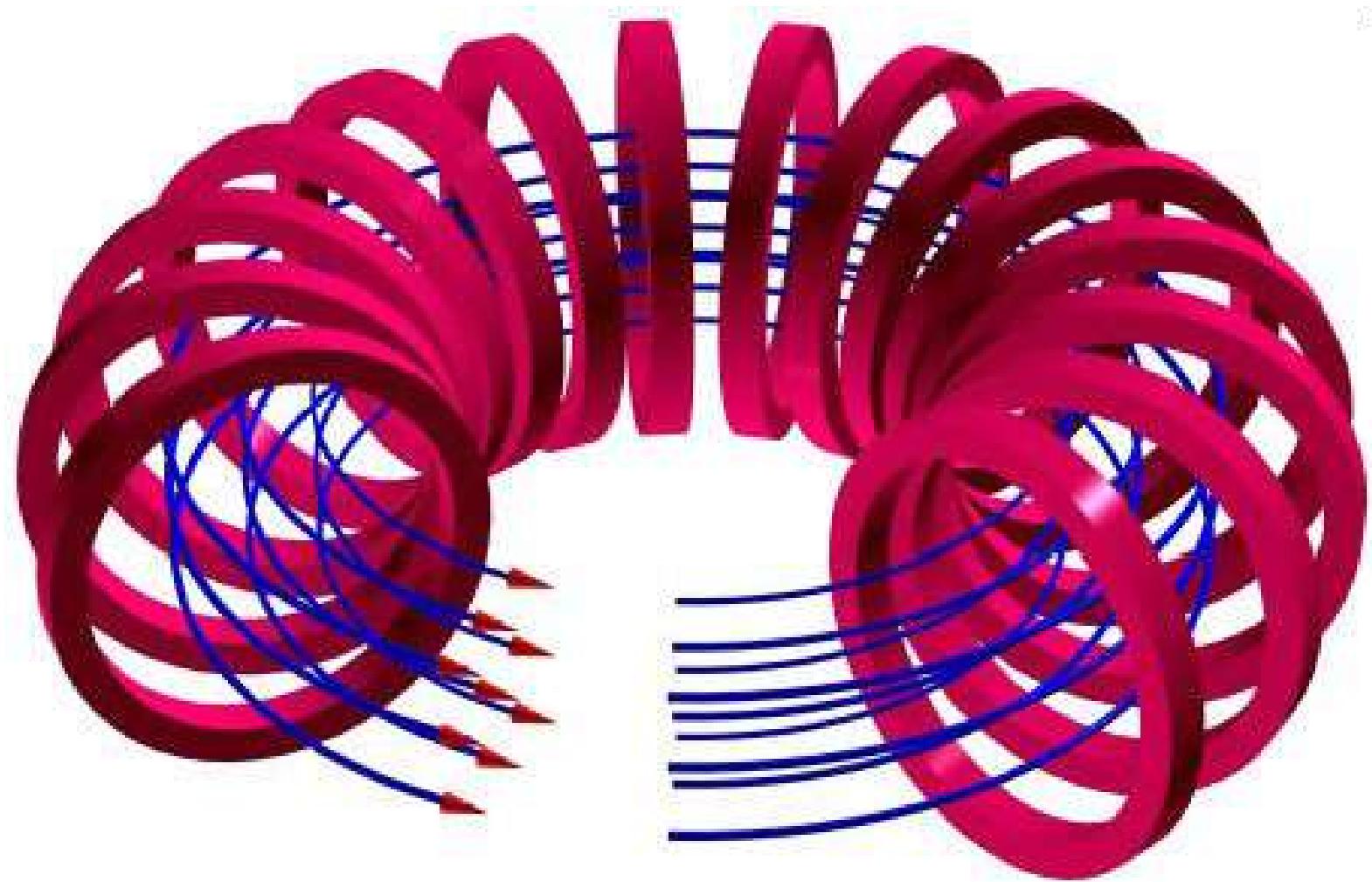


Représentation des lignes de champ d'un solénoïde avec le logiciel [FEMM](#)

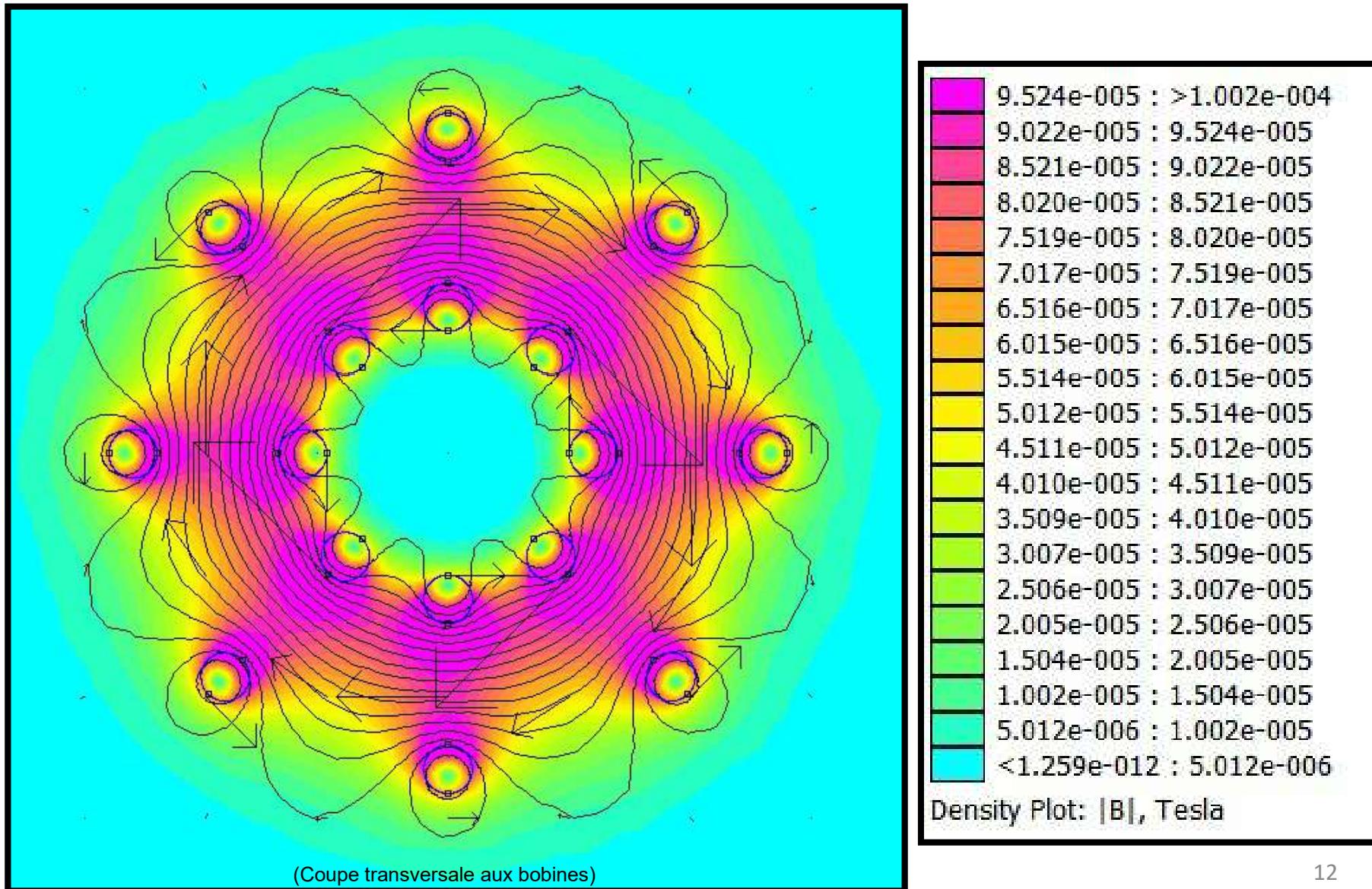


(Coupe transversale aux spires)

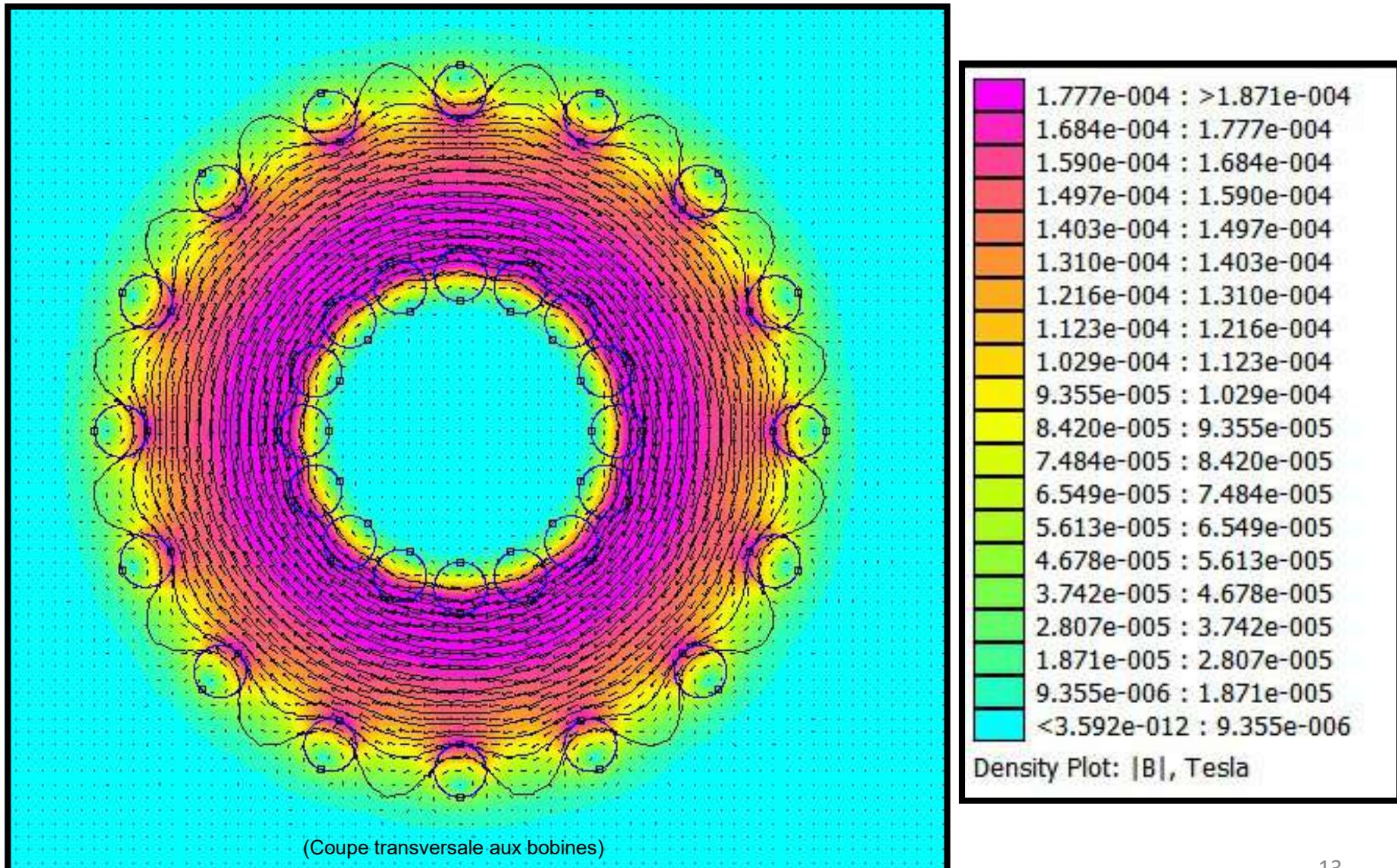
Schéma des lignes de champ dans un solénoïde torique



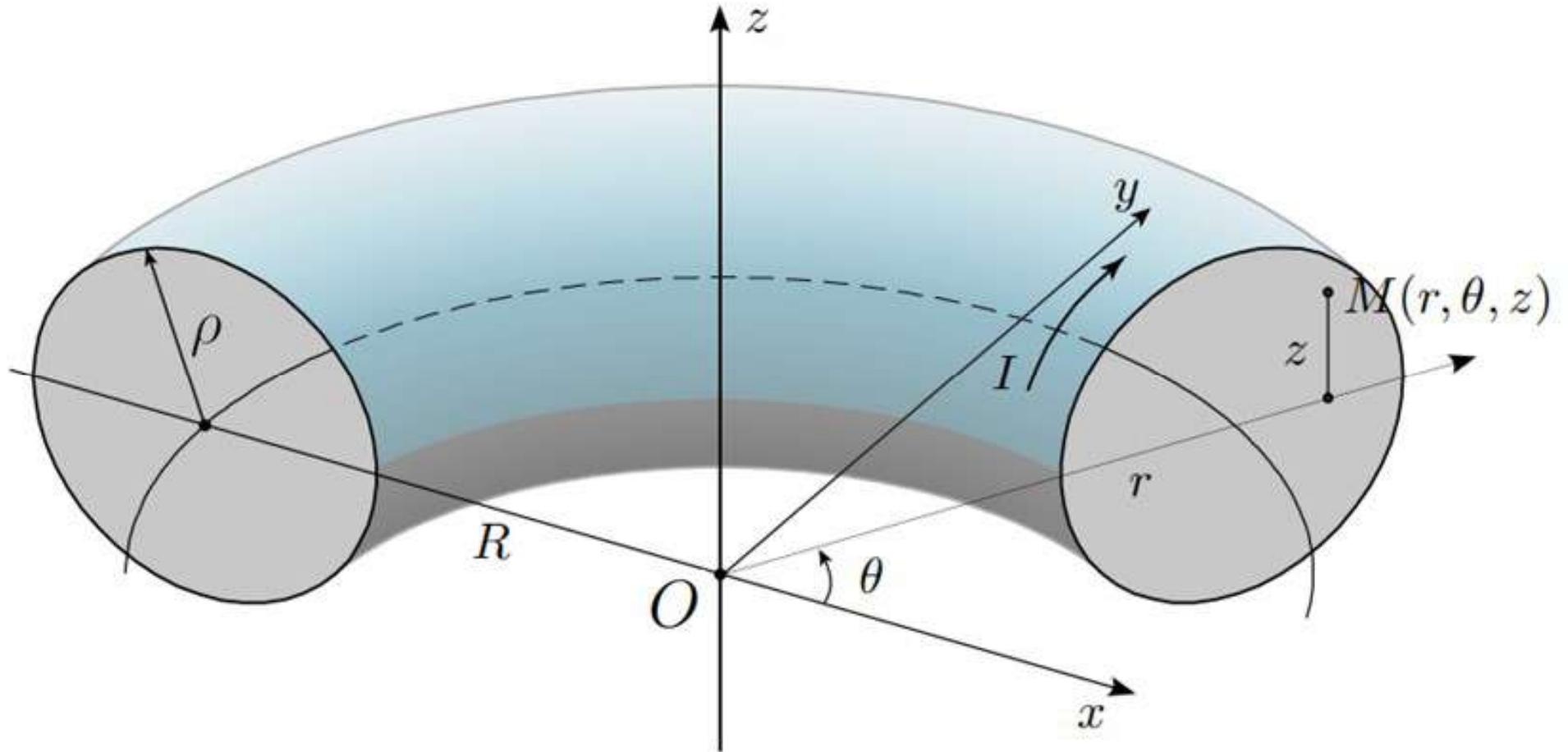
Représentation des lignes de champ d'un solénoïde torique avec un faible nombre de spires



Représentation des lignes de champ d'un solénoïde torique avec un nombre de spire plus important



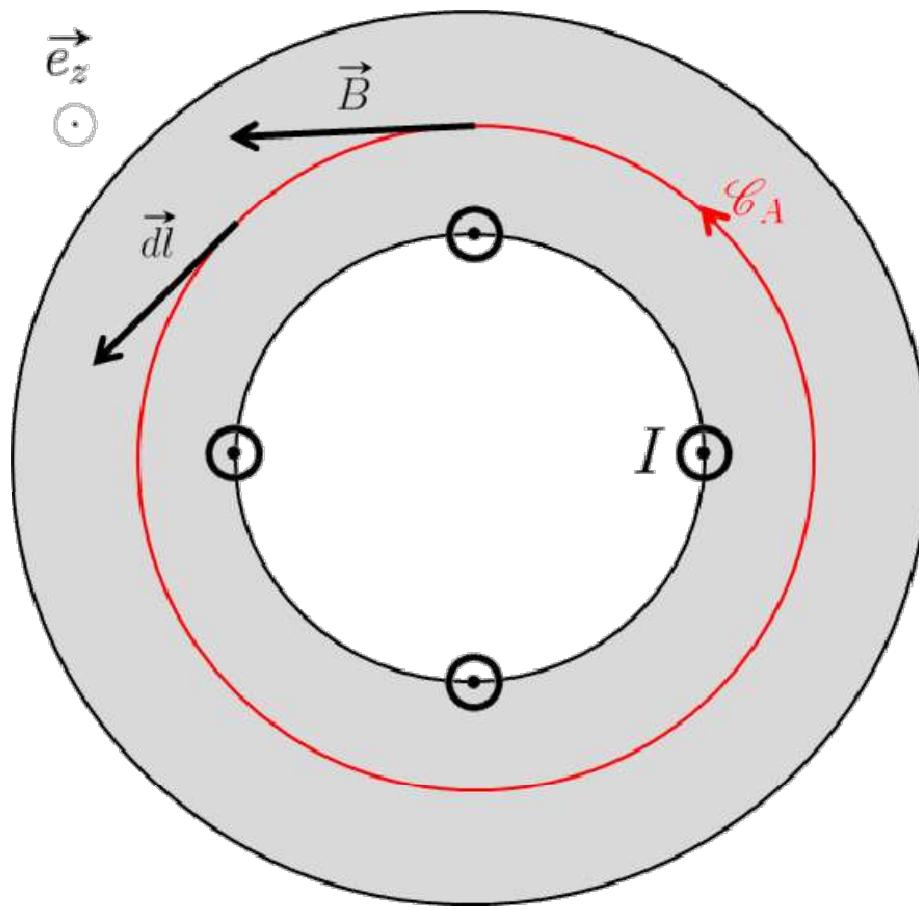
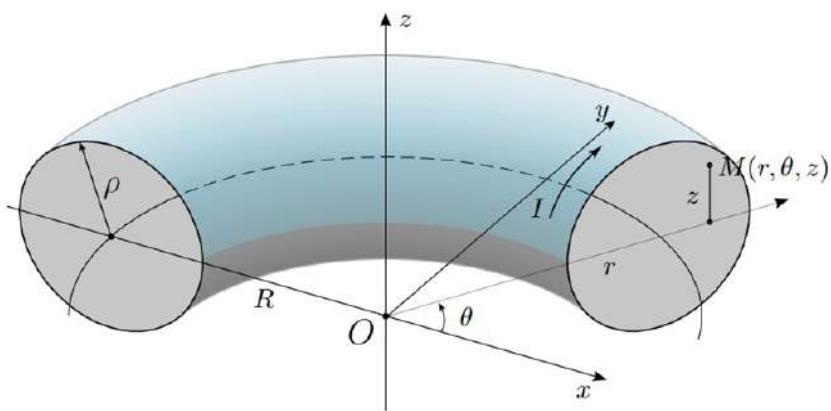
II: Etude d'un Tokamak



Représentation du tokamak assimilé à un tore et du système de coordonnées utilisé

D'après le théorème d'Ampère:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \vec{e}_\theta$$



Système: Particule chargée de charge q et de masse m

Bilan des forces: Force de Lorentz: $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

Principe fondamental de la dynamique: $m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

$$(*) \left\{ \begin{array}{l} m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = -\frac{q\mu_0 NI}{2\pi r}\dot{z} \\ 2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} = 0 \\ m\ddot{z} = \frac{q\mu_0 NI}{2\pi r}\dot{r} \end{array} \right.$$

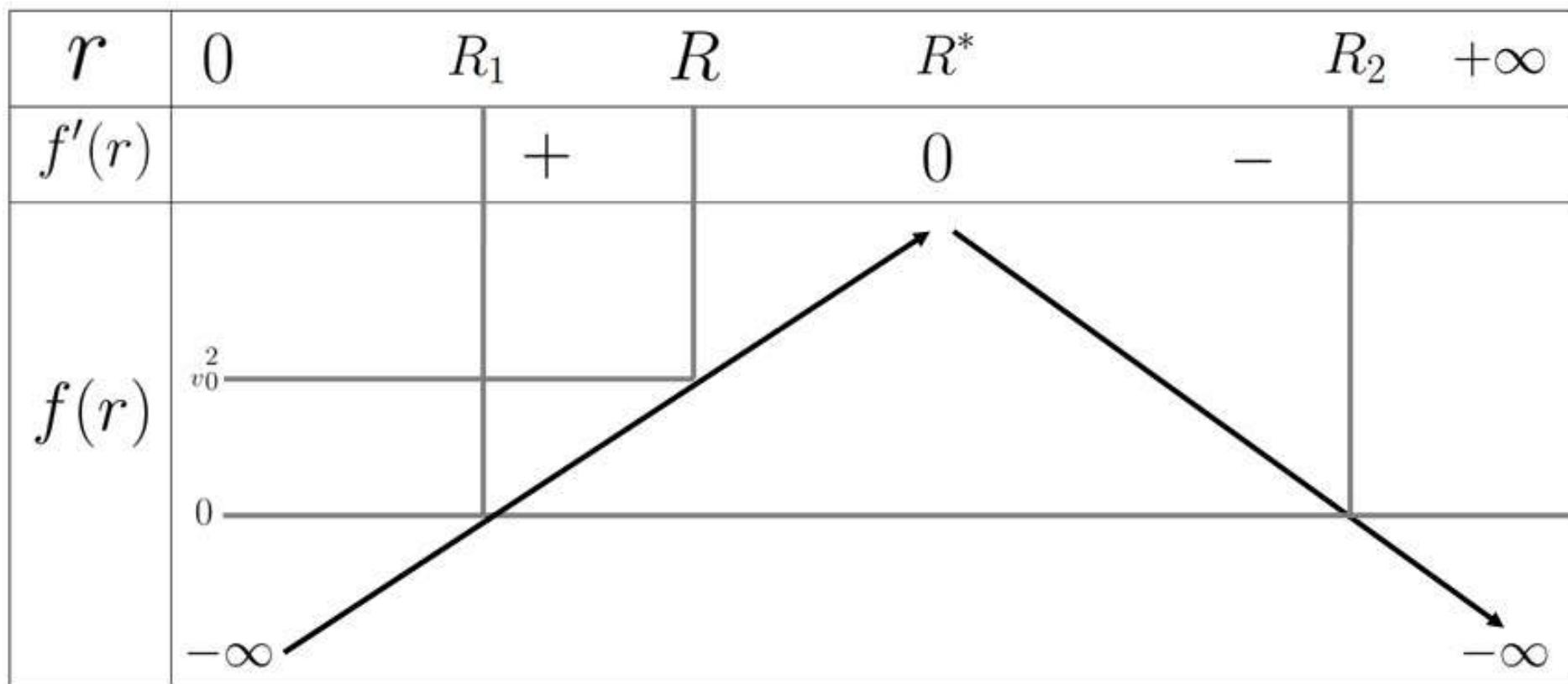
Conditions initiales: $\begin{cases} r_0 = R, \theta_0 = 0, z_0 = 0 \\ \dot{r}_0 = v_0, \dot{\theta}_0 = \frac{v_0}{R}, \dot{z}_0 = 0 \end{cases}$

$$\dot{r}^2 = 2v_0^2 - \frac{(Rv_0)^2}{r^2} - \beta^2 \left(\ln \frac{r}{R} \right)^2 = f(r)$$

$$f'(r) = \frac{2}{r^3} (Rv_0)^2 - \beta^2 r^2 \ln \frac{r}{R}$$

Avec $\beta = \frac{q\mu_0 NI}{2\pi m}$

$$\dot{r}^2 = 2v_0^2 - \frac{(Rv_0)^2}{r^2} - \beta^2 \left(\ln \frac{r}{R} \right)^2 = f(r)$$



$$\dot{r}^2 = 2v_0^2 - \frac{(Rv_0)^2}{r^2} - \beta^2 \left(\ln \frac{r}{R} \right)^2 = f(r)$$

Possible présence de la particule

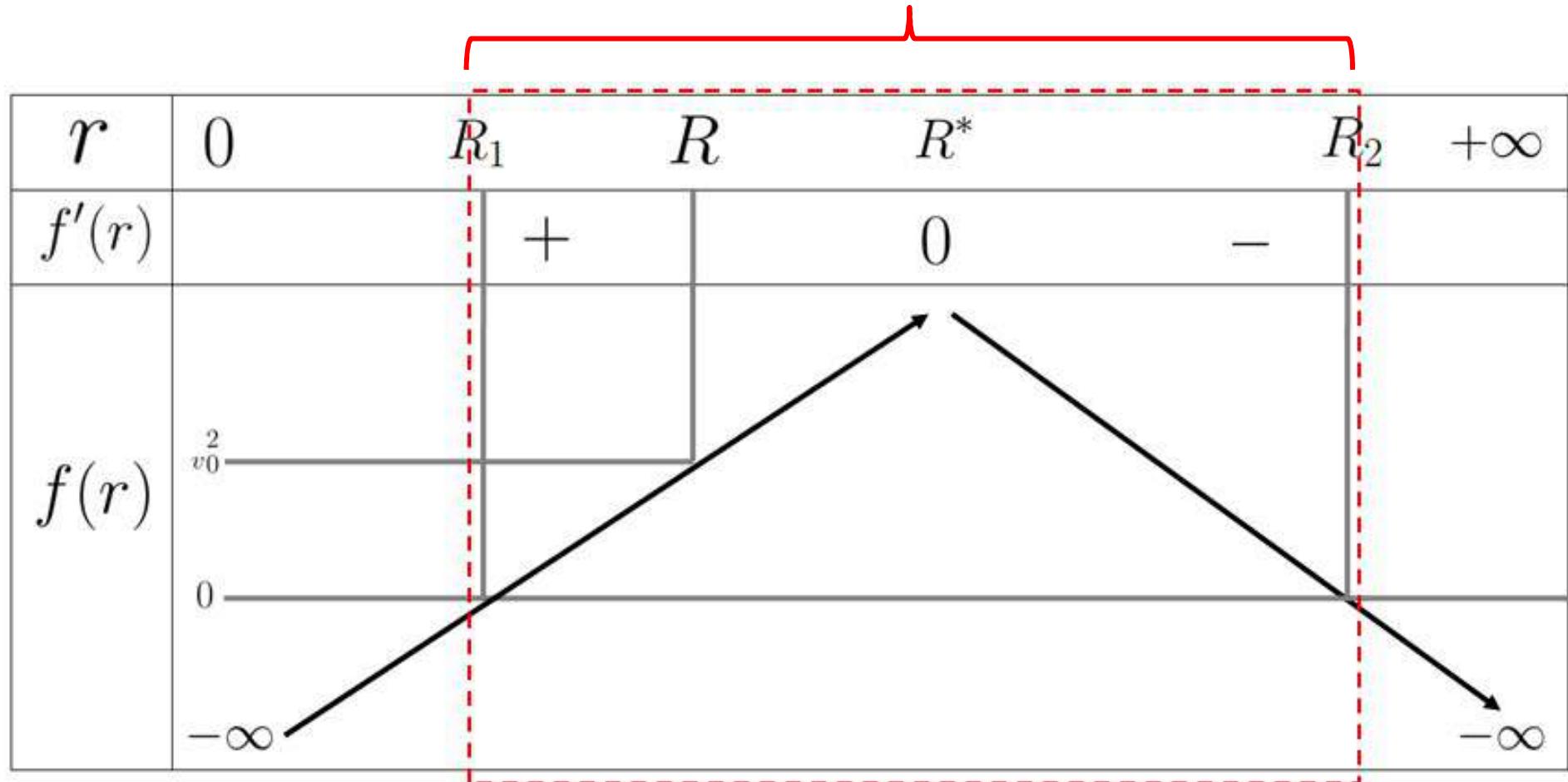


Tableau regroupant les caractéristiques de deux tokamaks

	ITER			TORE SUPRA			
	Doc.	Centrale	Tableau	Thèse	ESIM	Centrale	Tableau
Grand Rayon (R en m)	6,2	6,2	6,2	2,38	2,40	2,42	2,40
Petit Rayon (p en m)	2,0	2,0	2,0	0,8	1,20*	0,72 (du plasma)	0,7
Courant dans les Bobines (I en A)	80000 max dans les bobines toroïdales			1200	1400		
Nombre de Bobines (N)	18 Toroïdales/ 6 Poloidales/ 9 Correction/ 6 Centrales			18	18 (température 1,8 K)		
Nombre de spire par Bobine (n)					2028		
Champ Magnétique (B en T)	5,3	5,3	5,3	<4		4,5 (au centre)	4
Courant Plasma (I' en MA)	15	15	15	<2		1,7	1
Géométrie	Tore « Etiré selon Oz »			Tore « Circulaire »			

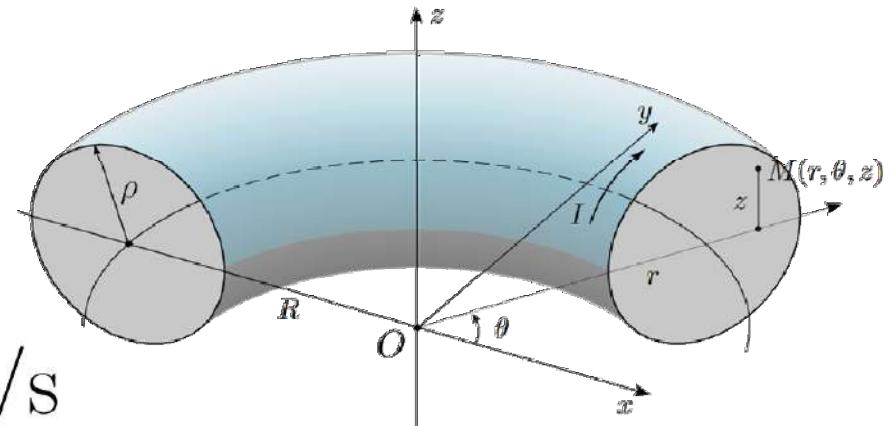
Choix des paramètres

Dimensions du tokamak: $R = 2,40 \text{ m}$ et $\rho = 0,70 \text{ m}$

Nombre de Spires: $N = 18 \times 2028 = 36504$

Courant bobines: $I = 1400 \text{ A}$

Vitesse initiale: $v_0 = 10^6 \text{ m/s}$



On obtient: $R_1 = 2.399999$ et $R_2 = 2.400001$

$$\text{Conditions initiales:} \begin{cases} r_0 = R, \theta_0 = 0, z_0 = 0 \\ \dot{r}_0 = v_0, \dot{\theta}_0 = \frac{v_0}{R}, \dot{z}_0 = 0 \end{cases}$$

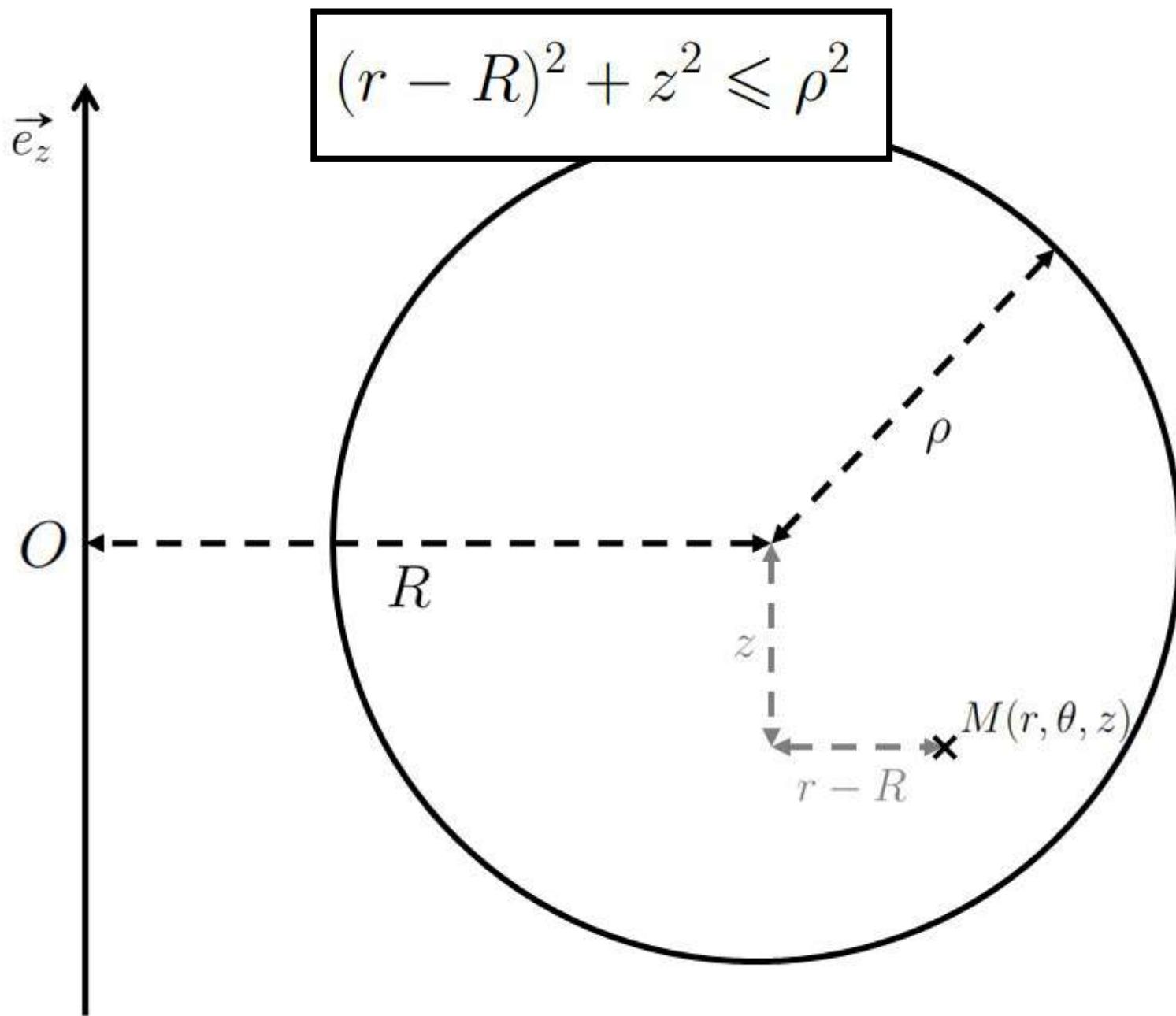
$$(*) \text{ devient : } \begin{cases} \ddot{r} = \frac{(Rv_0)^2}{r^3} - \frac{\beta^2}{r} \ln \frac{r}{R} \\ \dot{\theta} = \frac{Rv_0}{r^2} \\ \dot{z} = \beta \ln \frac{r}{R} \end{cases}$$

Mise en place d'une procédure numérique pour résoudre par approximation, des équations différentielles du premier ordre avec une condition initiale

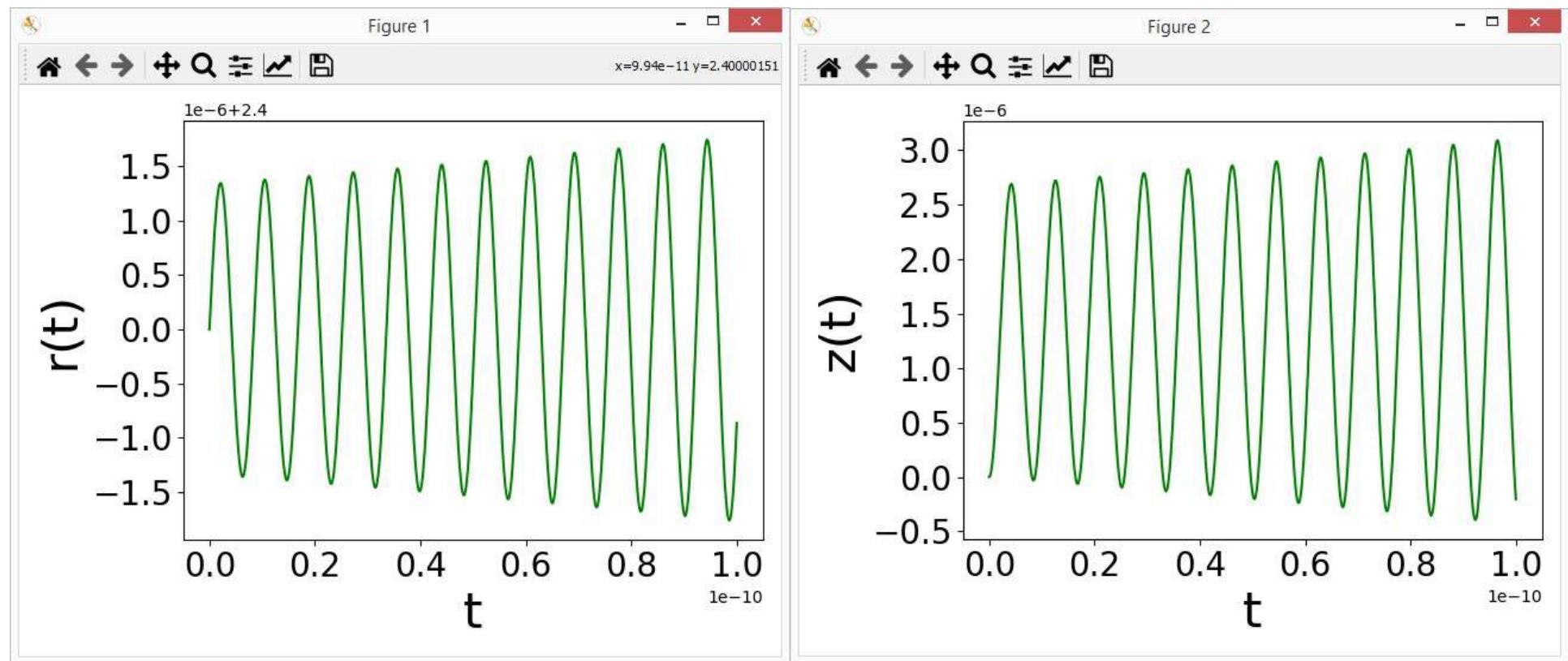
$$\dot{Y} = \begin{pmatrix} \dot{r} \\ \dot{s} \\ \dot{\theta} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ \frac{(Rv_0)^2}{r^3} - \frac{\beta^2}{r} \ln \frac{r}{R} \\ \frac{Rv_0}{r^2} \\ \beta \ln \frac{r}{R} \end{pmatrix} = g(Y)$$

$$\begin{cases} r_{n+1} = r_n + \tau s_n \\ s_{n+1} = s_n + \tau \left(\frac{(Rv_0)^2}{r^3} - \frac{\beta^2}{r} \ln \frac{r}{R} \right) \\ \theta_{n+1} = \theta_n + \tau \frac{Rv_0}{r^2} \\ z_{n+1} = z_n + \tau \beta \ln \frac{r}{R} \end{cases}$$

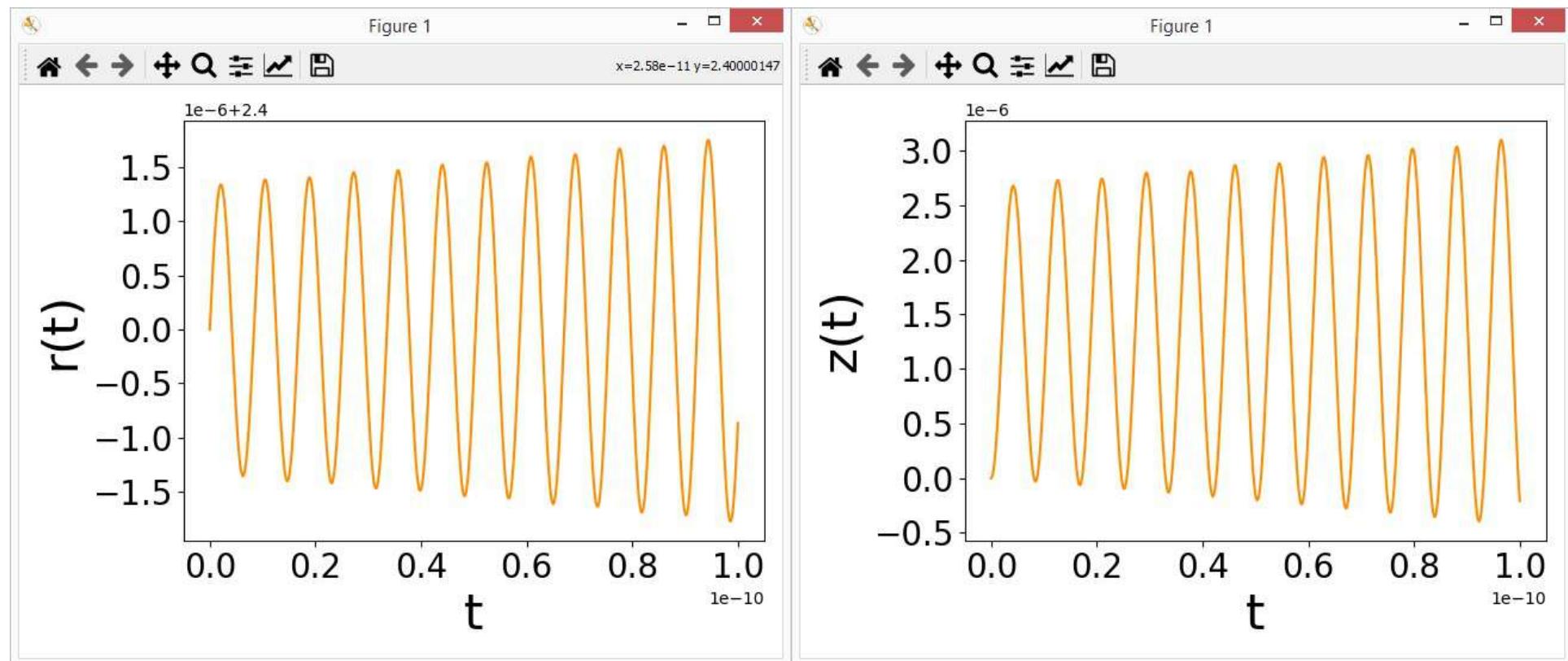
Condition pour rester dans le tokamak



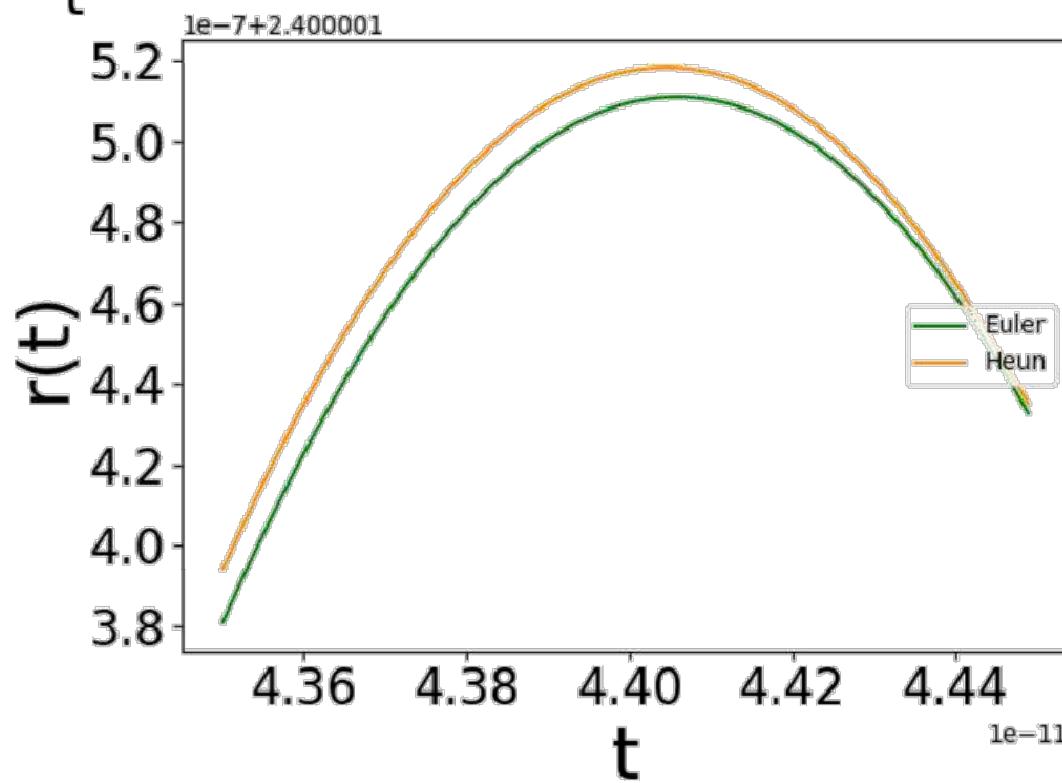
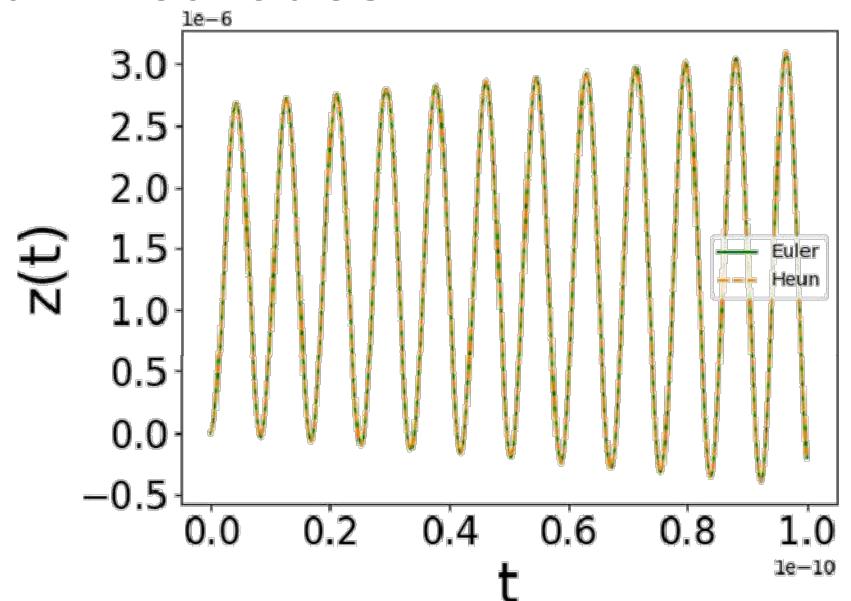
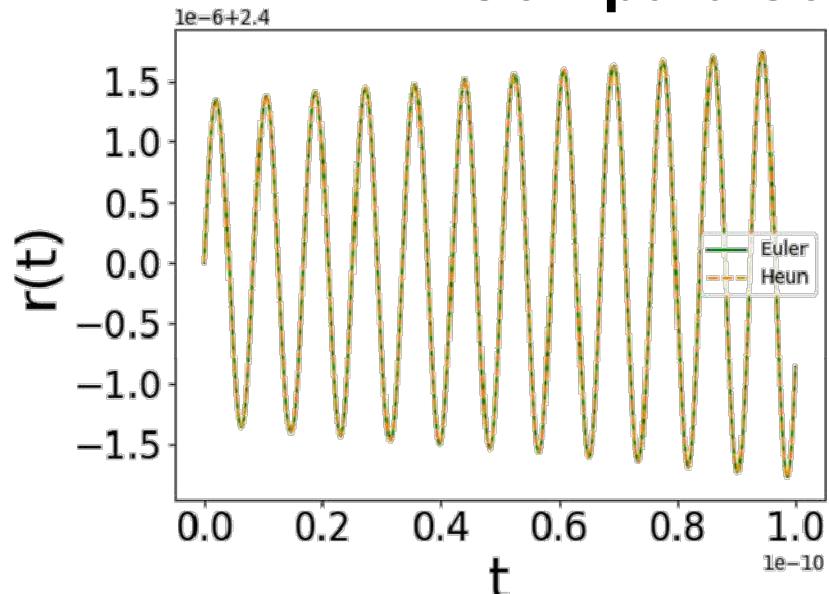
Résultats Obtenus avec la Méthode d'Euler



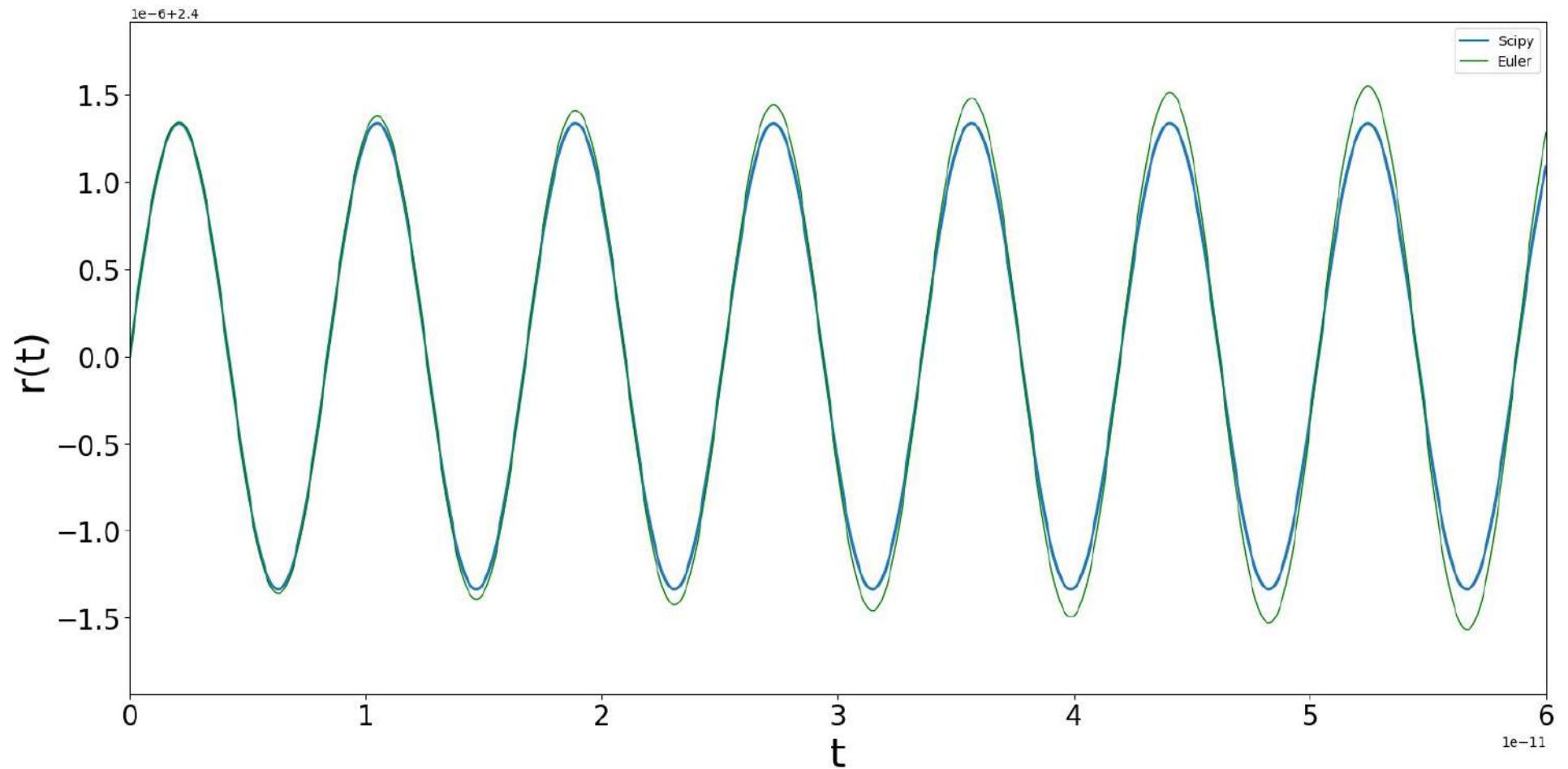
Résultats Obtenus avec la Méthode de Heun



Comparaison des deux Méthodes

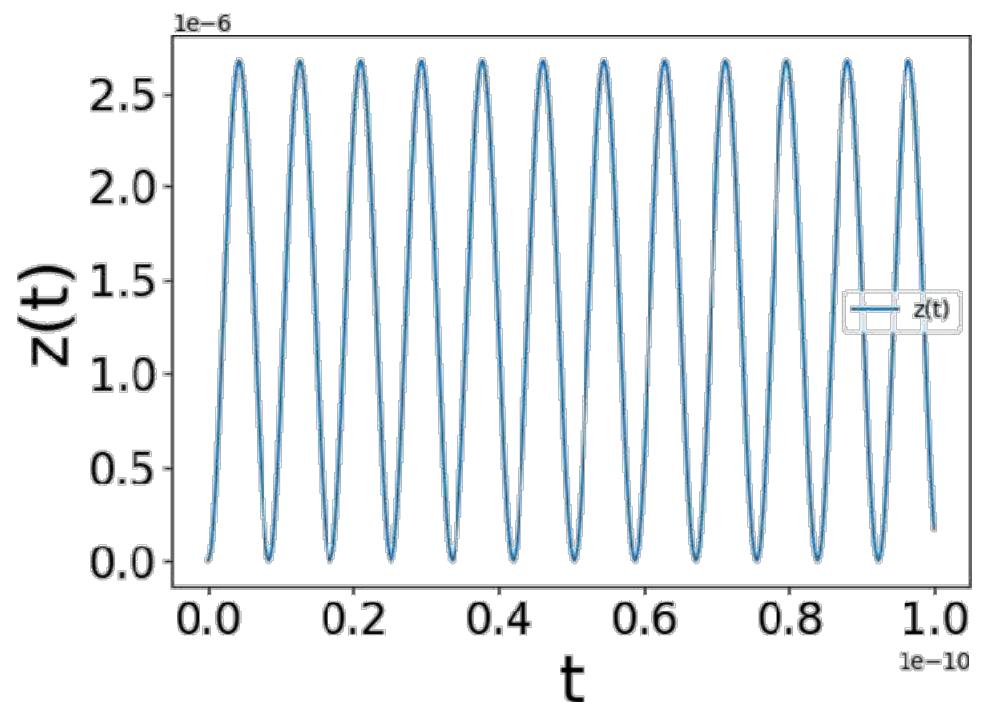
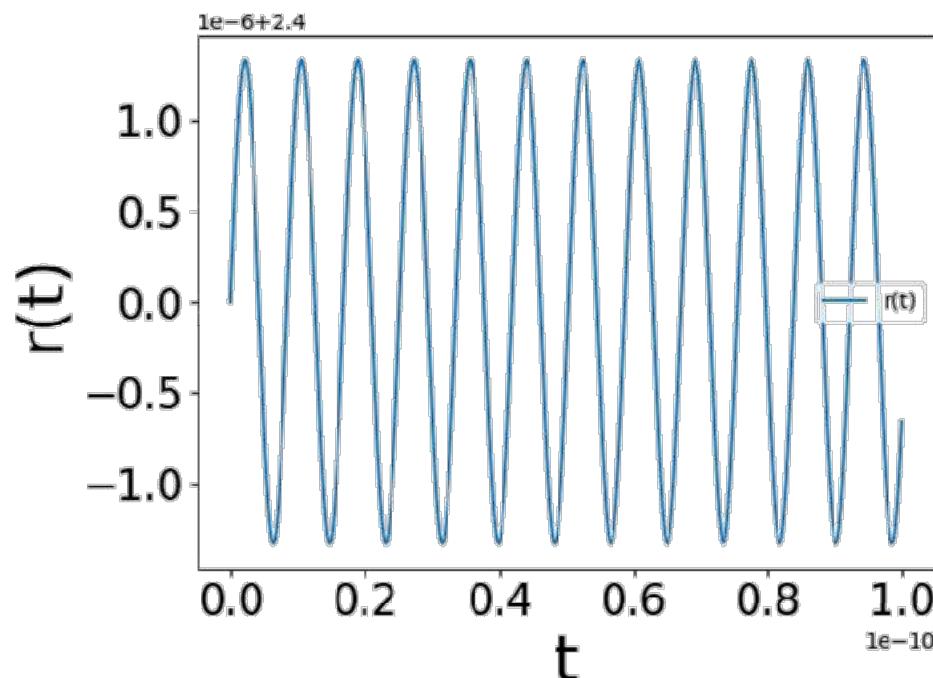


Comparaison de la méthode d'Euler et odeint

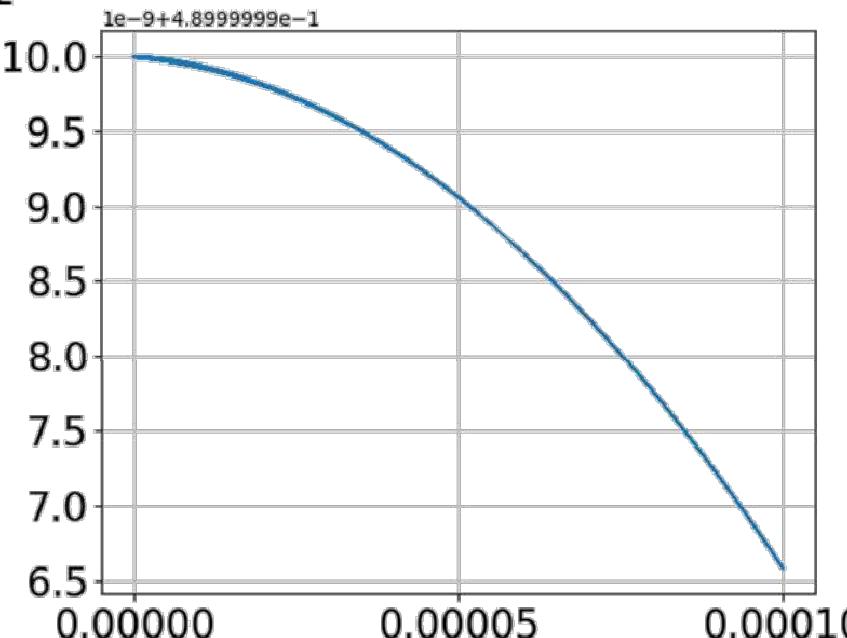


Utilisation du module `scipy.integrate`

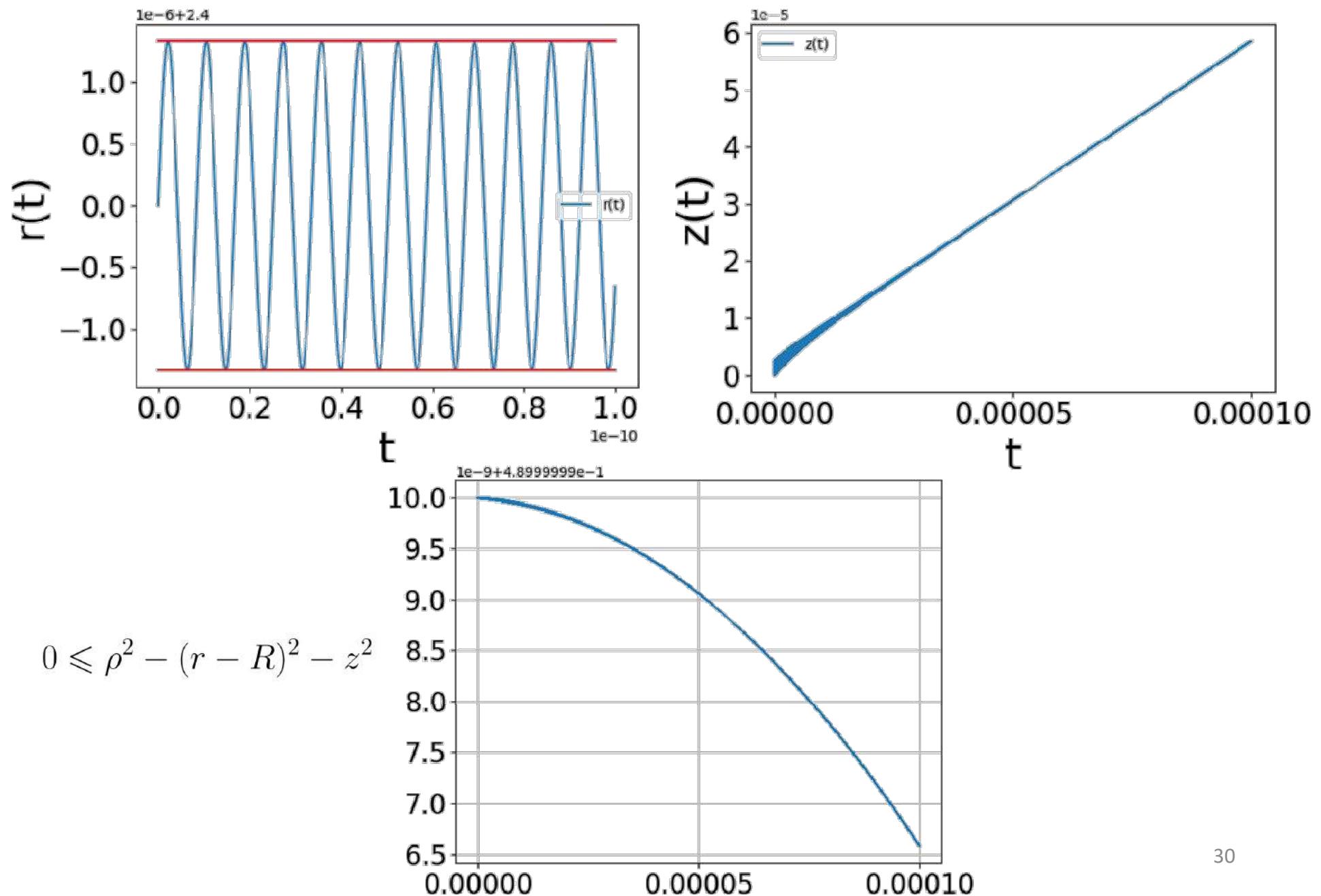
Résultats Obtenus avec le module Scipy



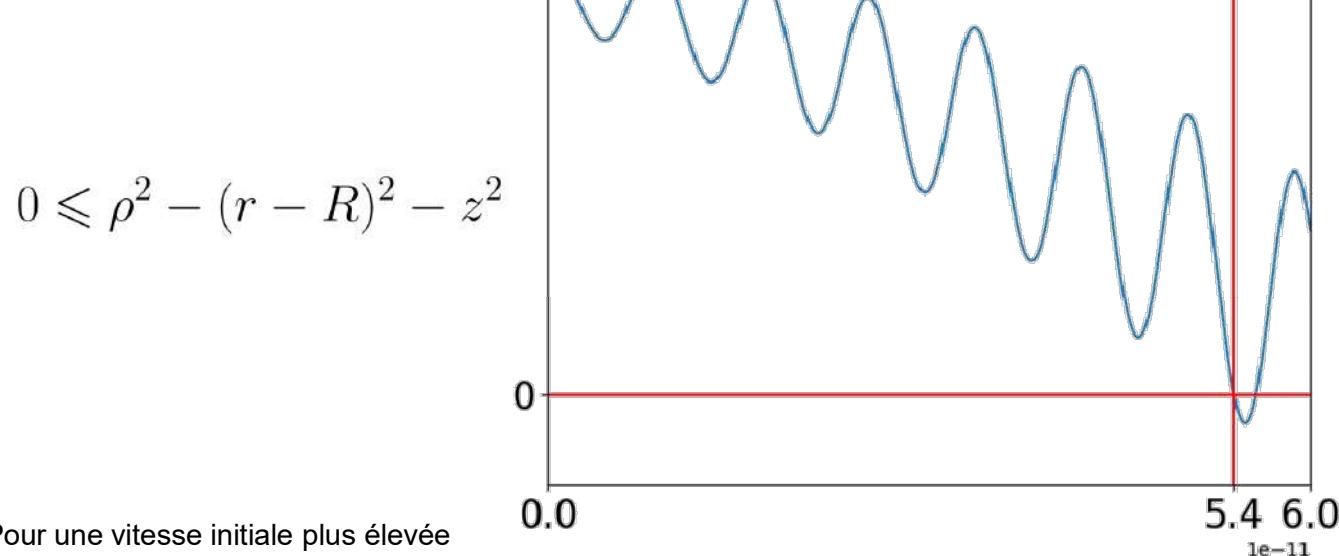
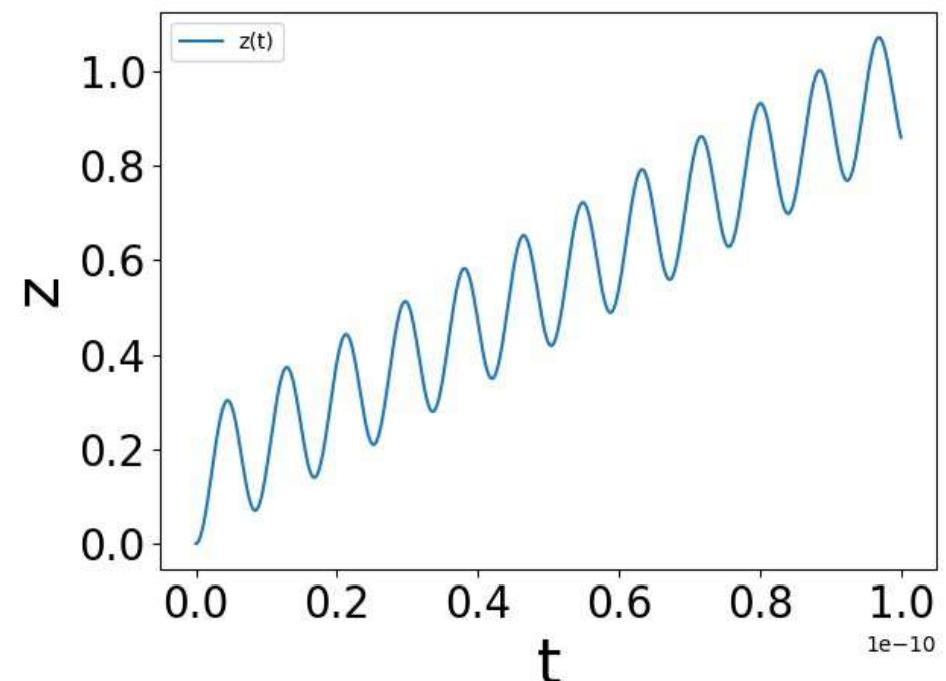
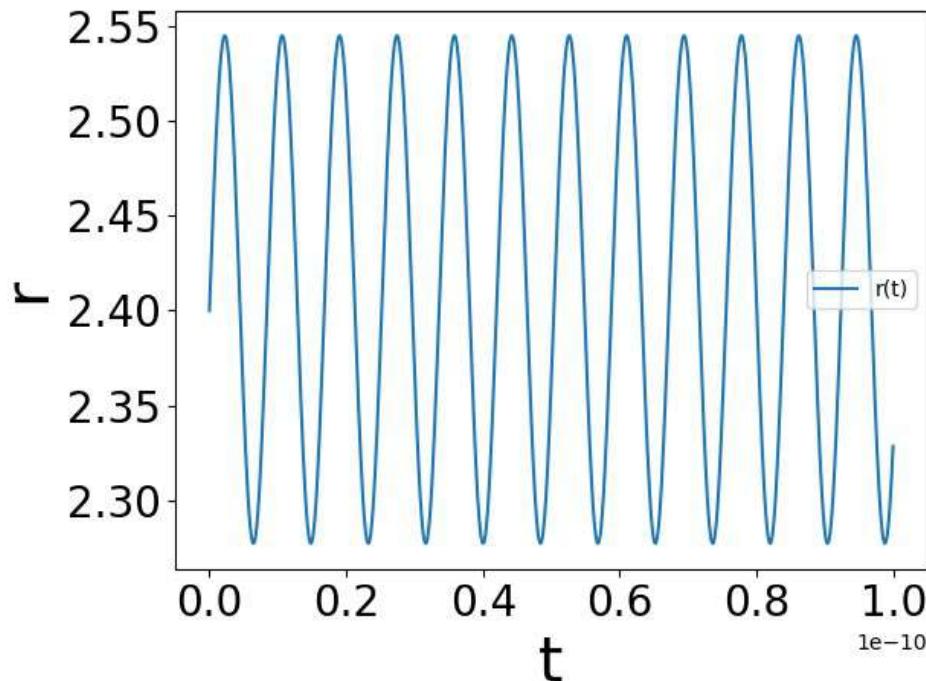
$$0 \leq \rho^2 - (r - R)^2 - z^2$$



Résultats Obtenus avec le module Scipy

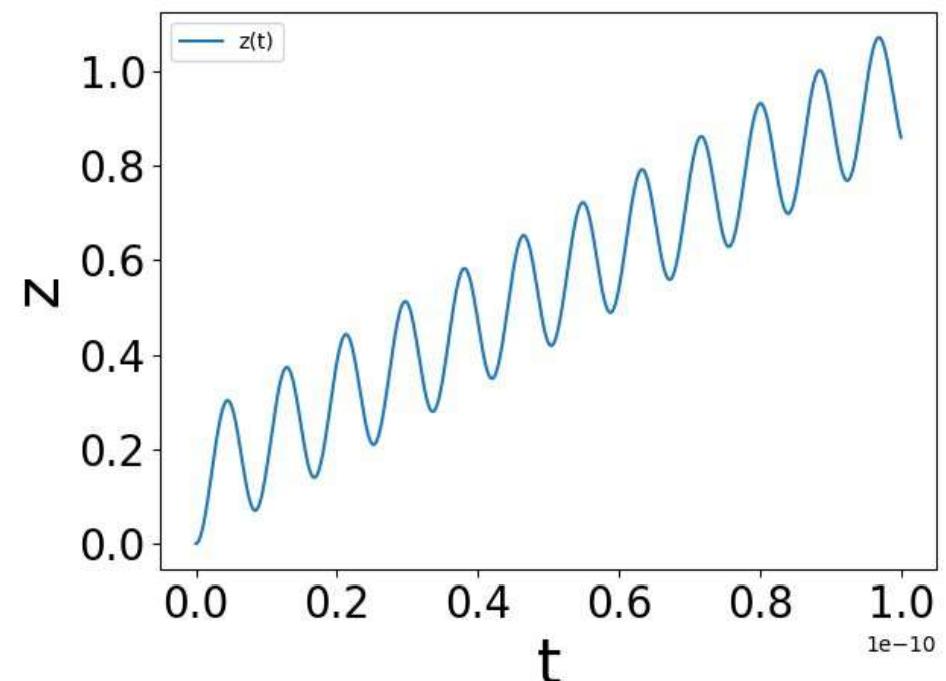
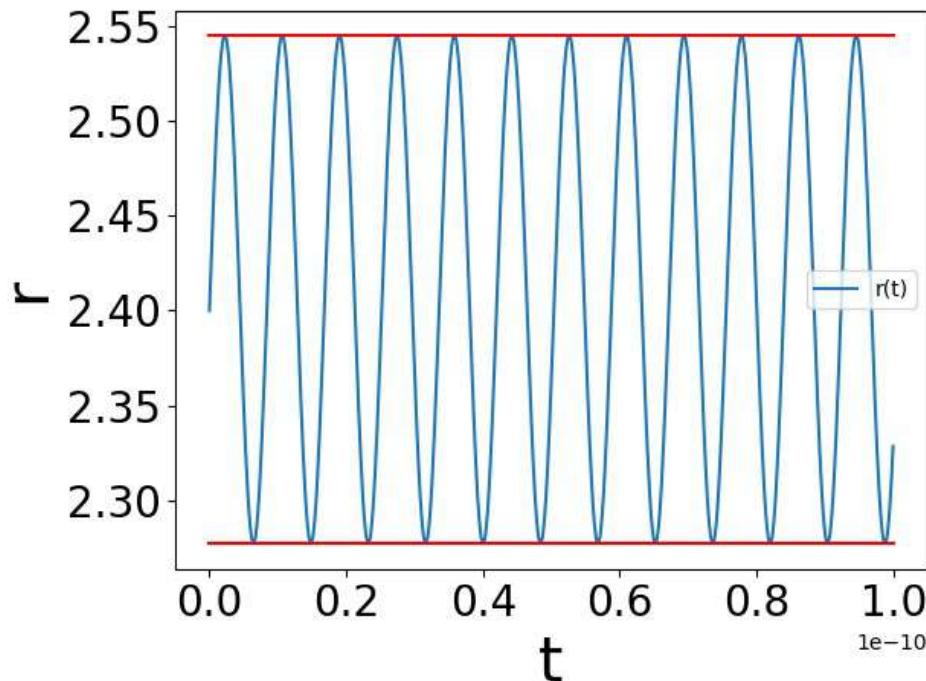


Résultats Obtenus avec le module Scipy

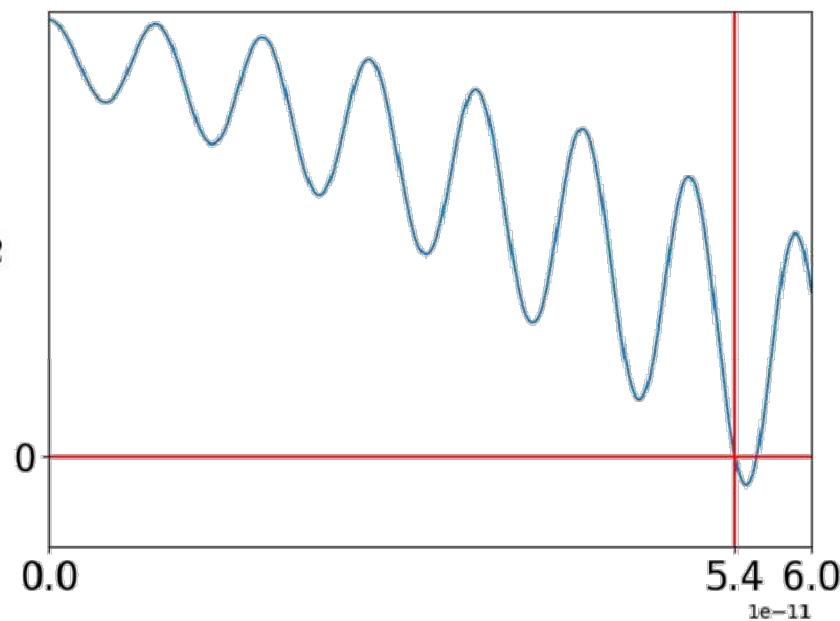


Pour une vitesse initiale plus élevée

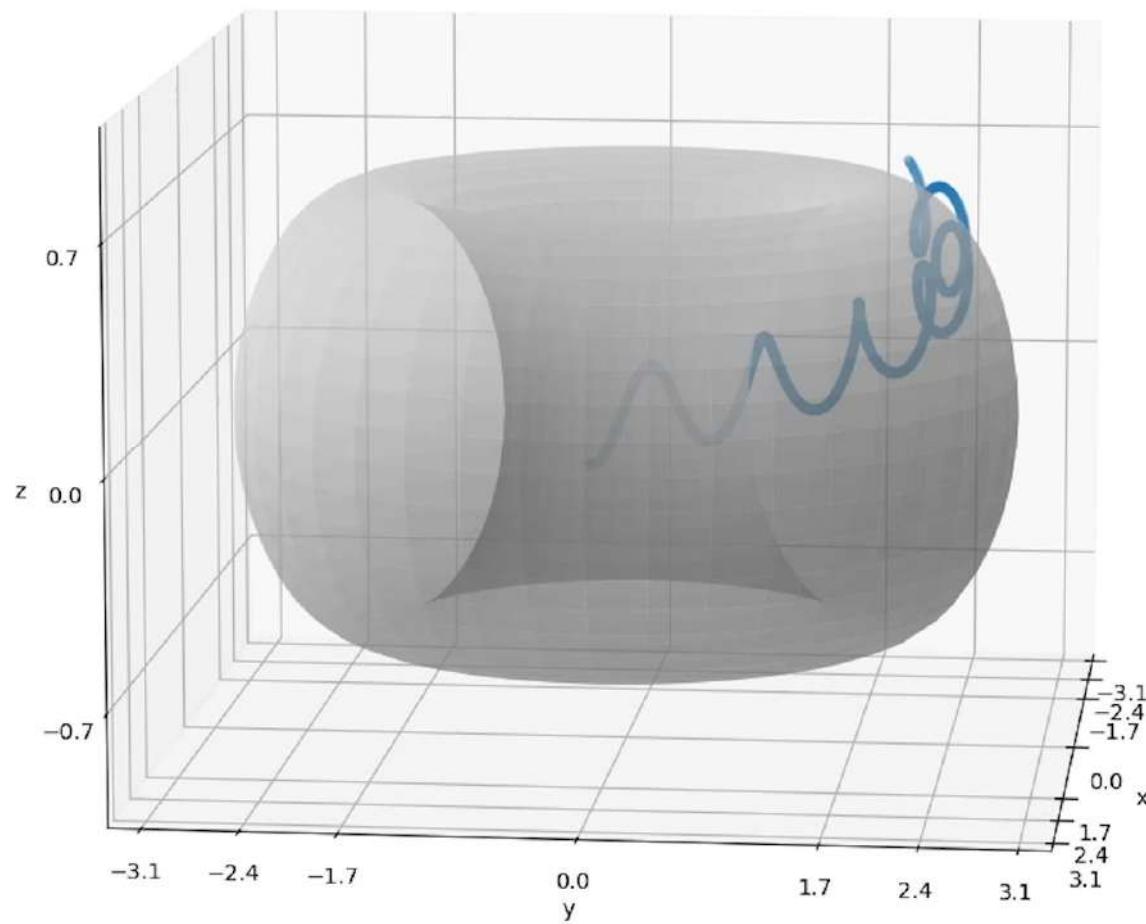
Résultats Obtenus avec le module Scipy

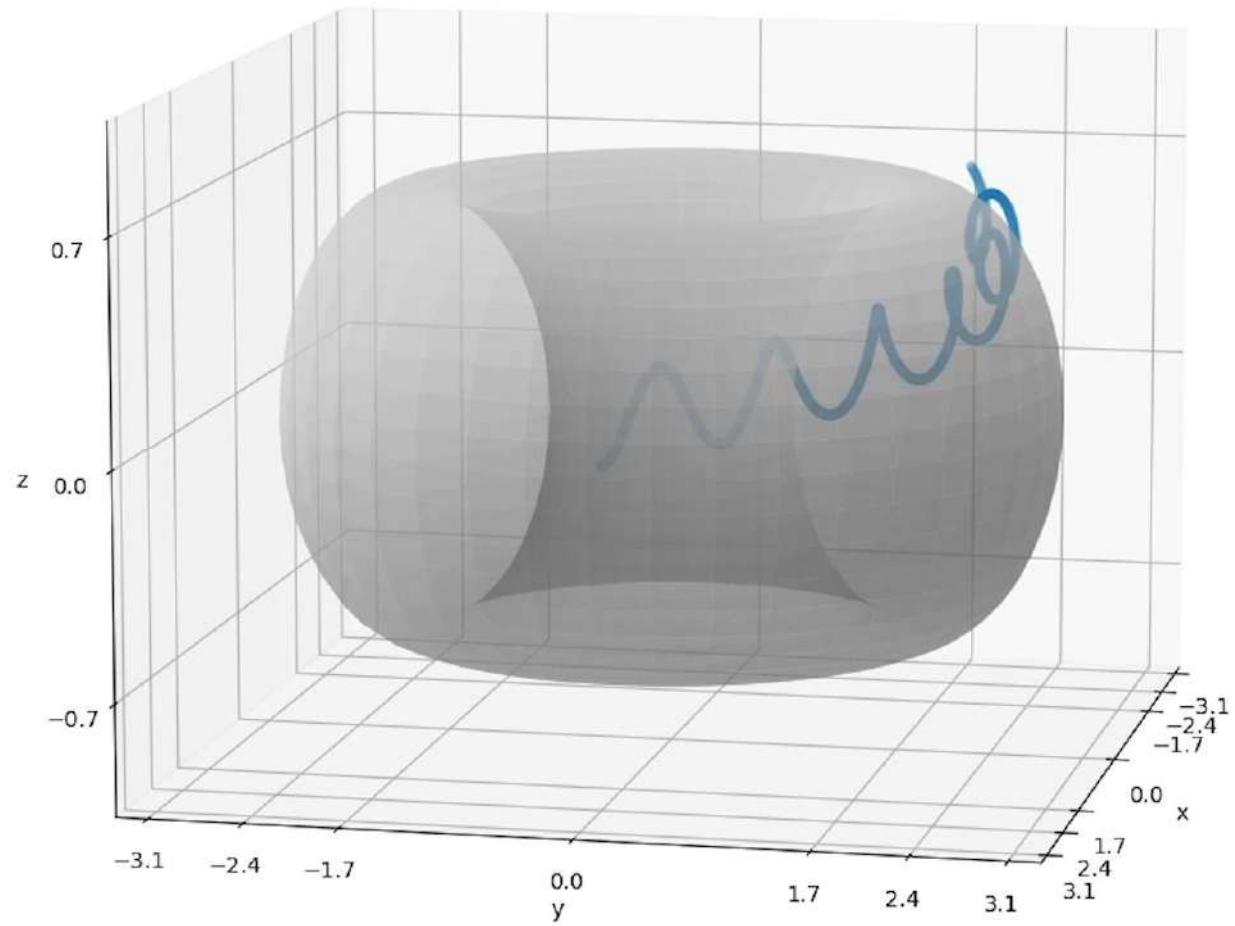


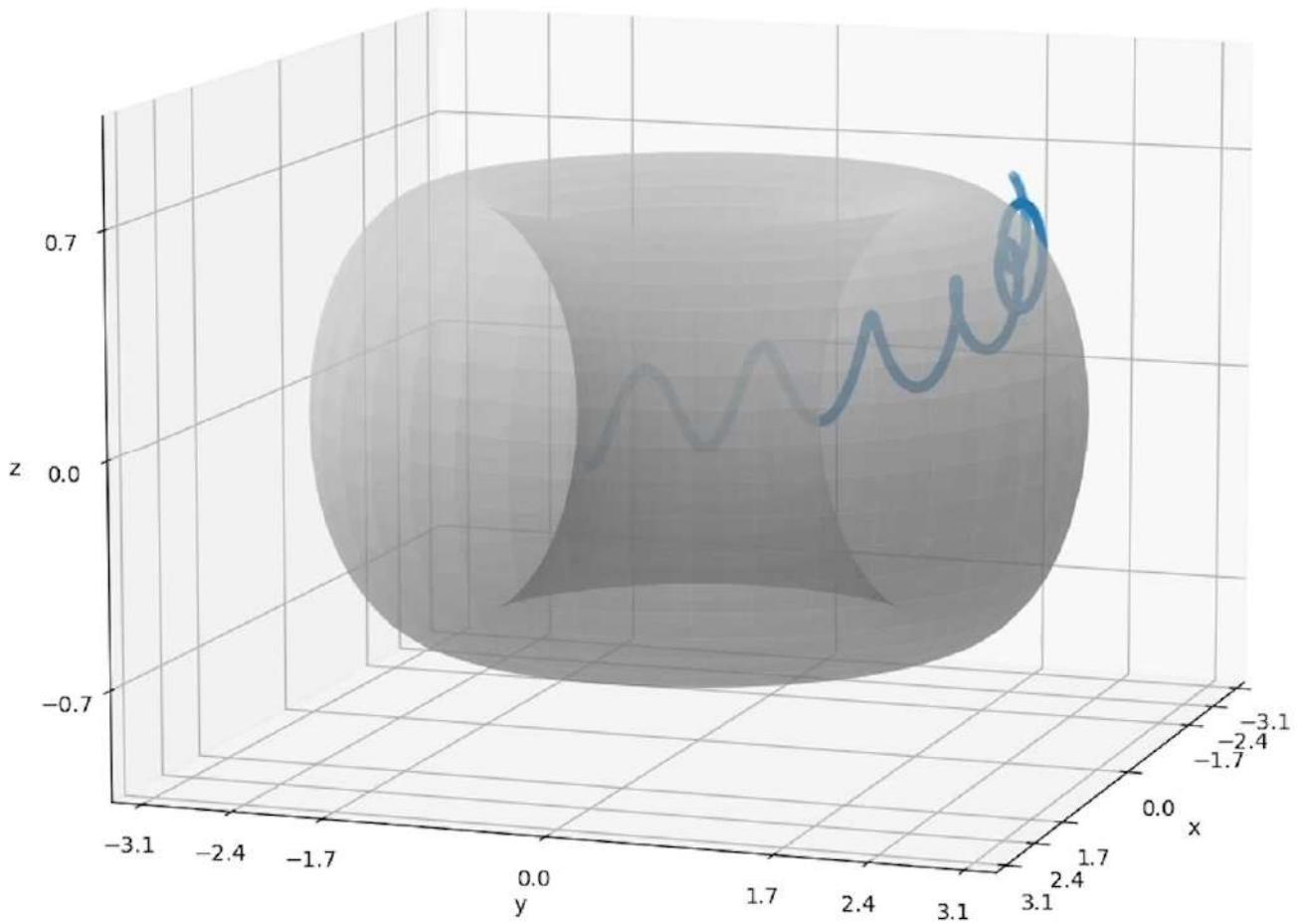
$$0 \leq \rho^2 - (r - R)^2 - z^2$$

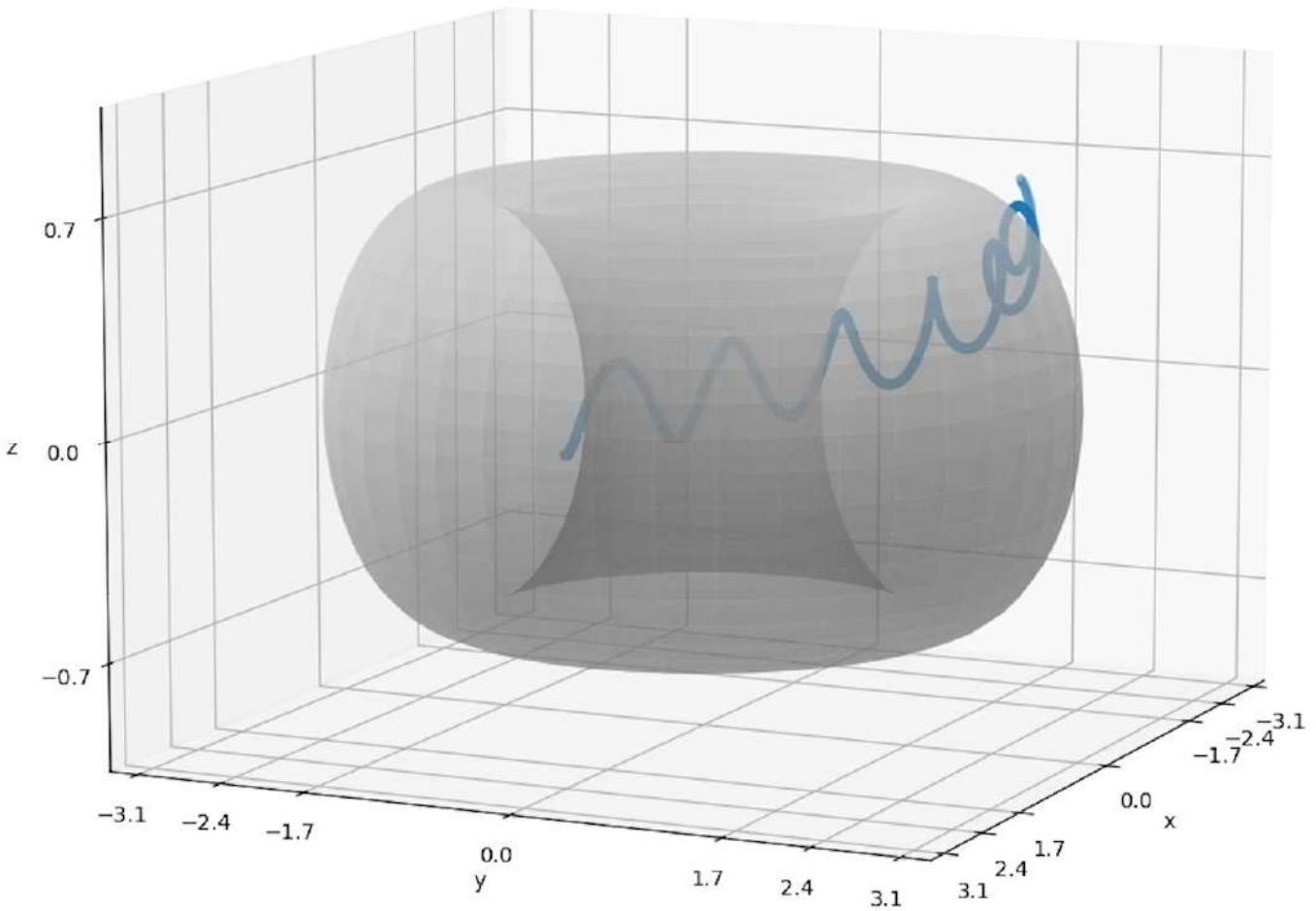


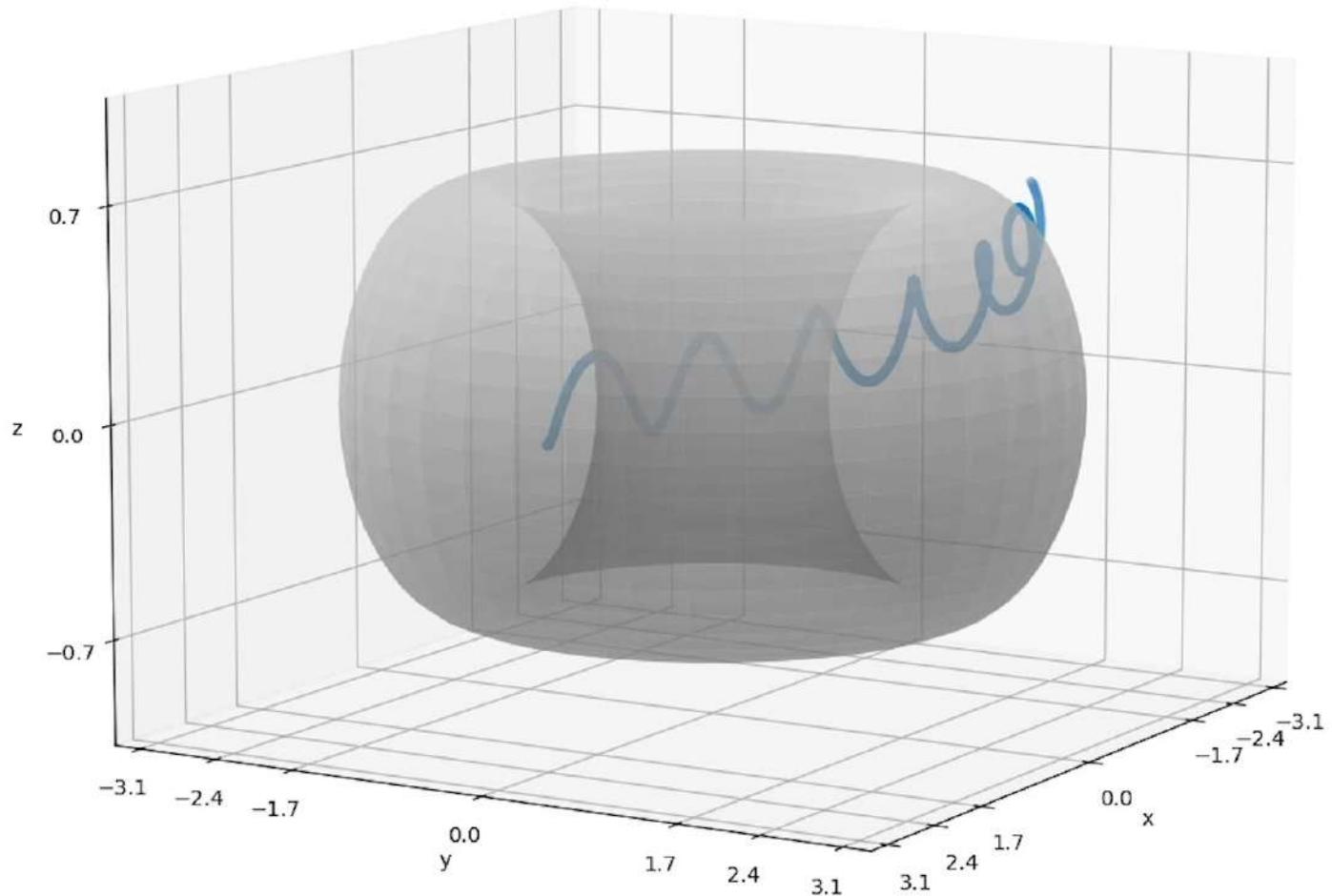
Pour une vitesse initiale plus élevée

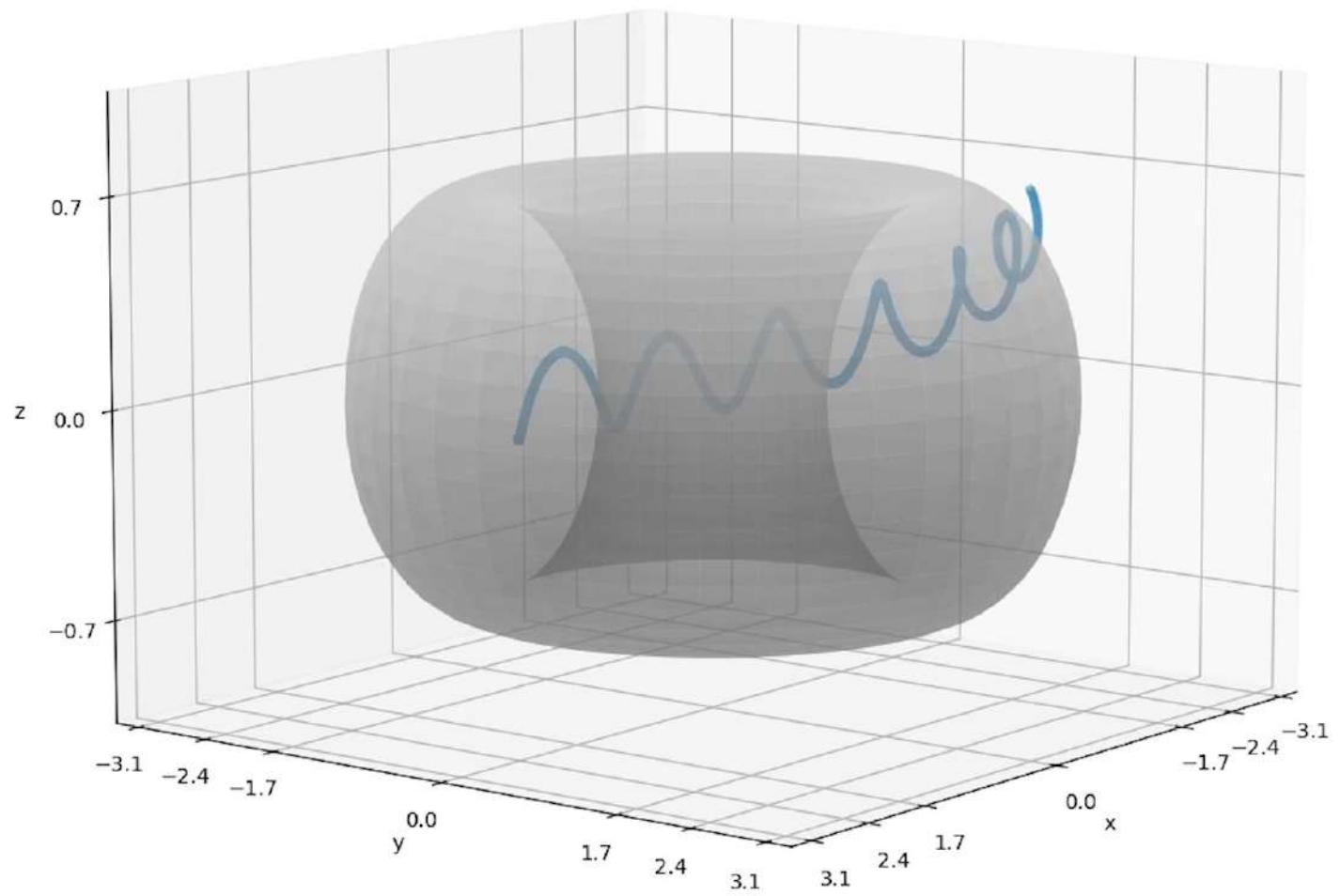


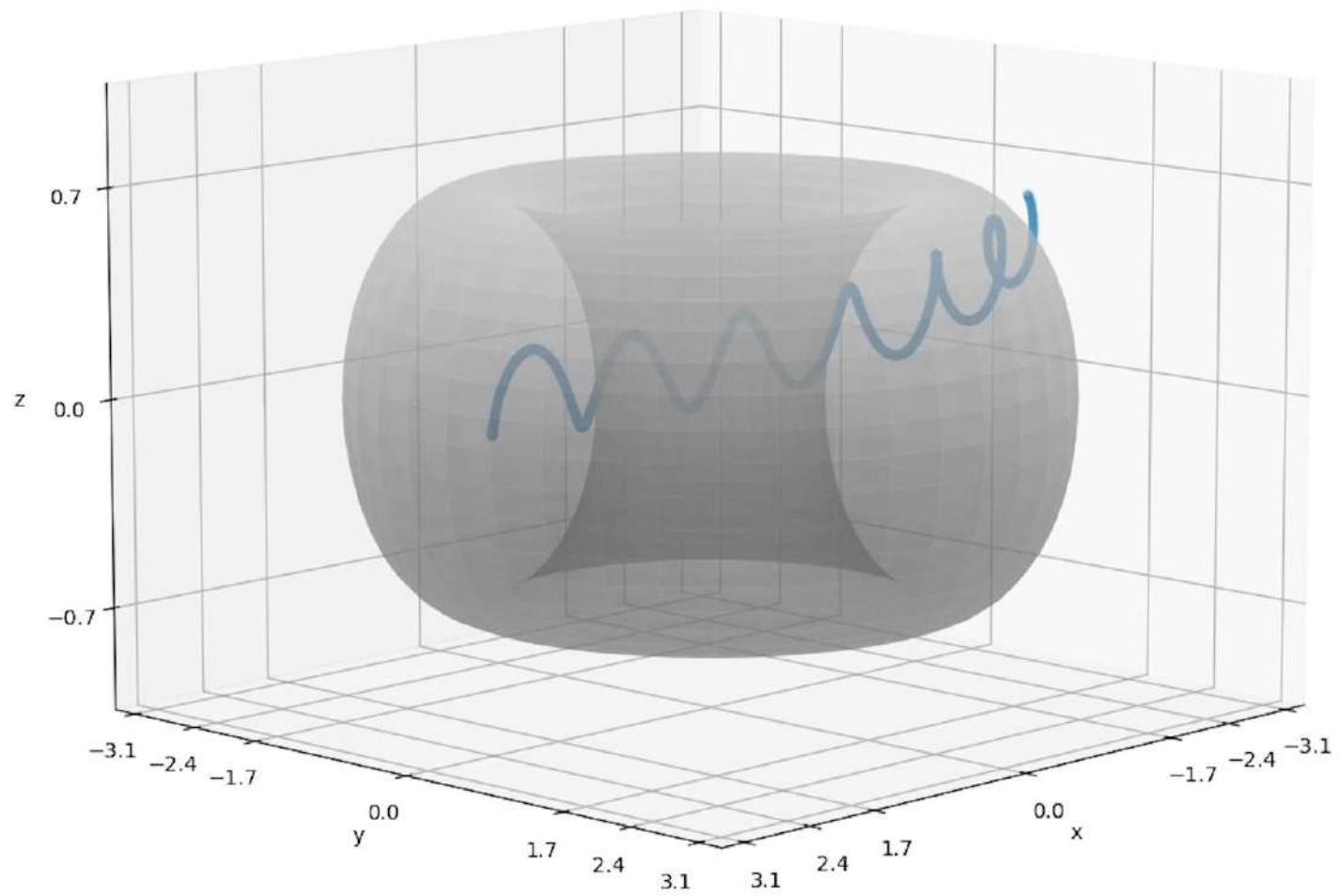


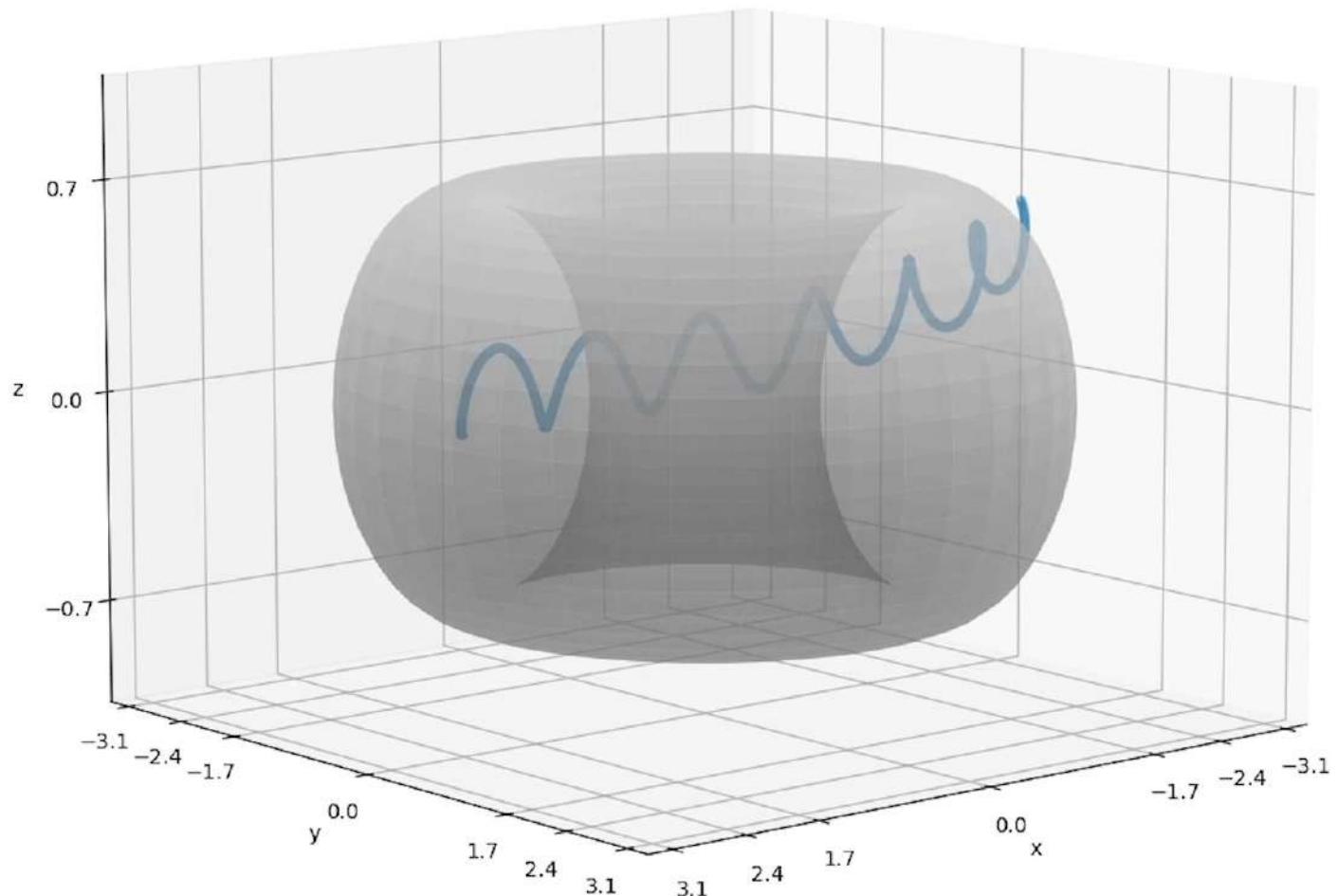


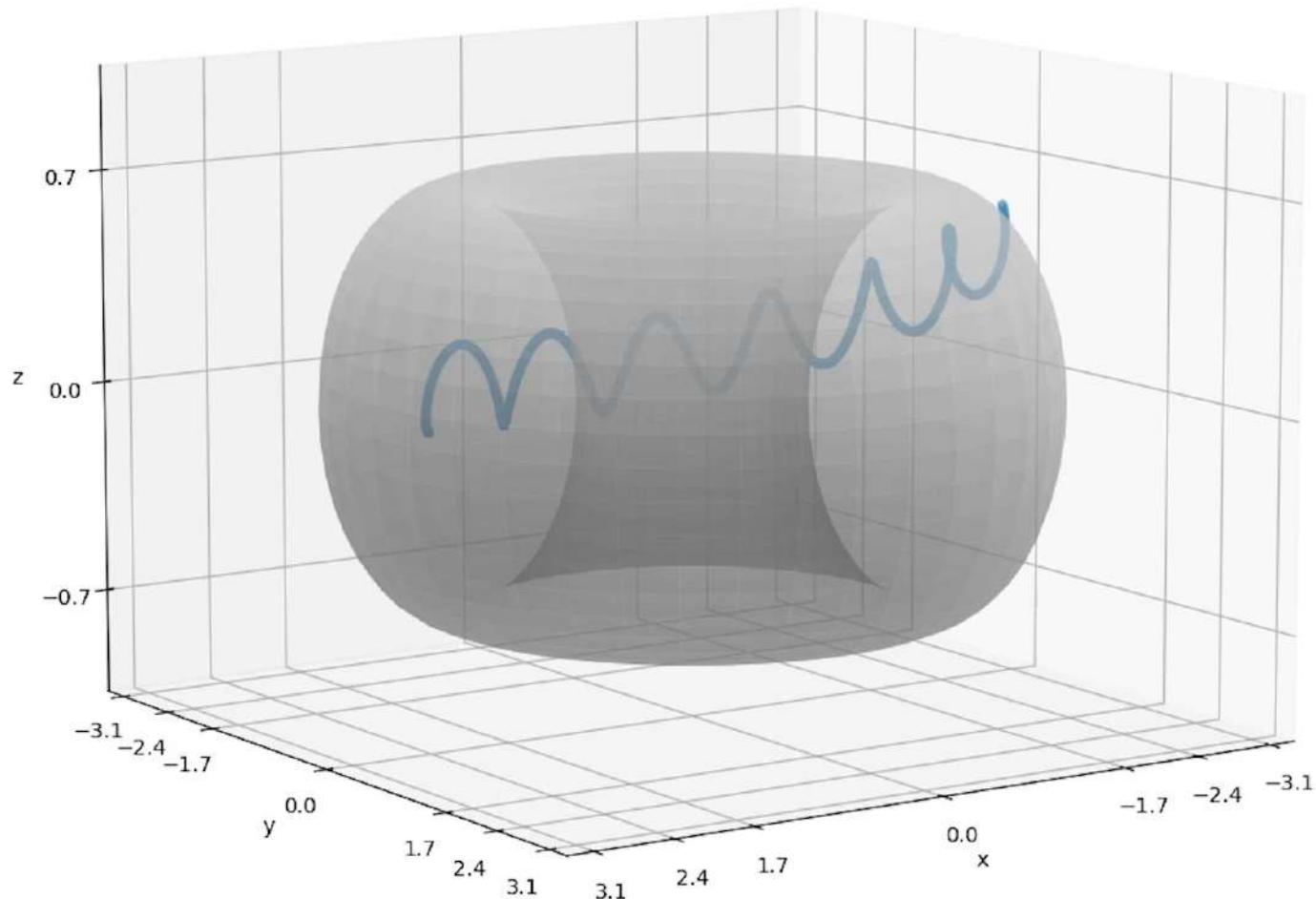


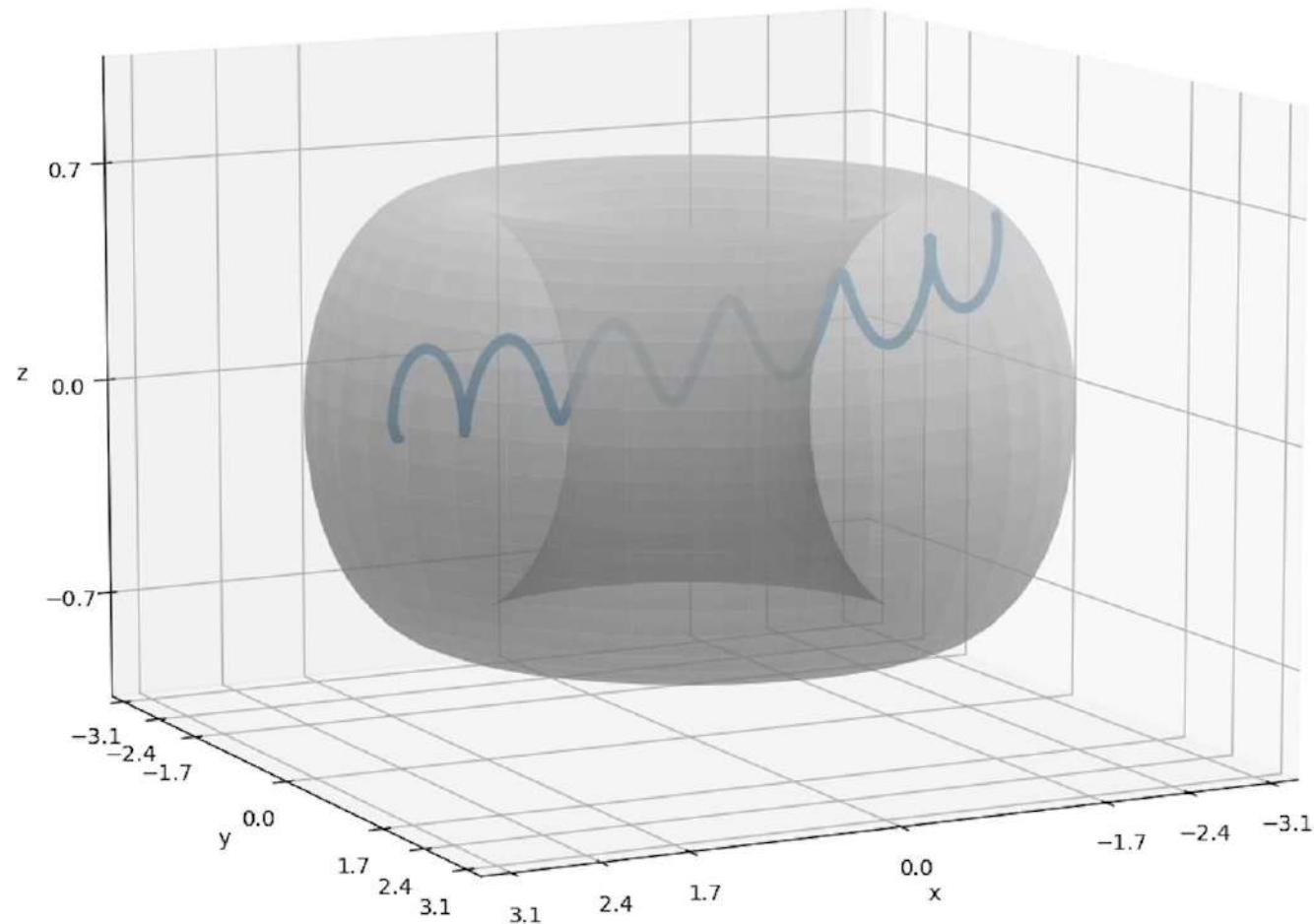


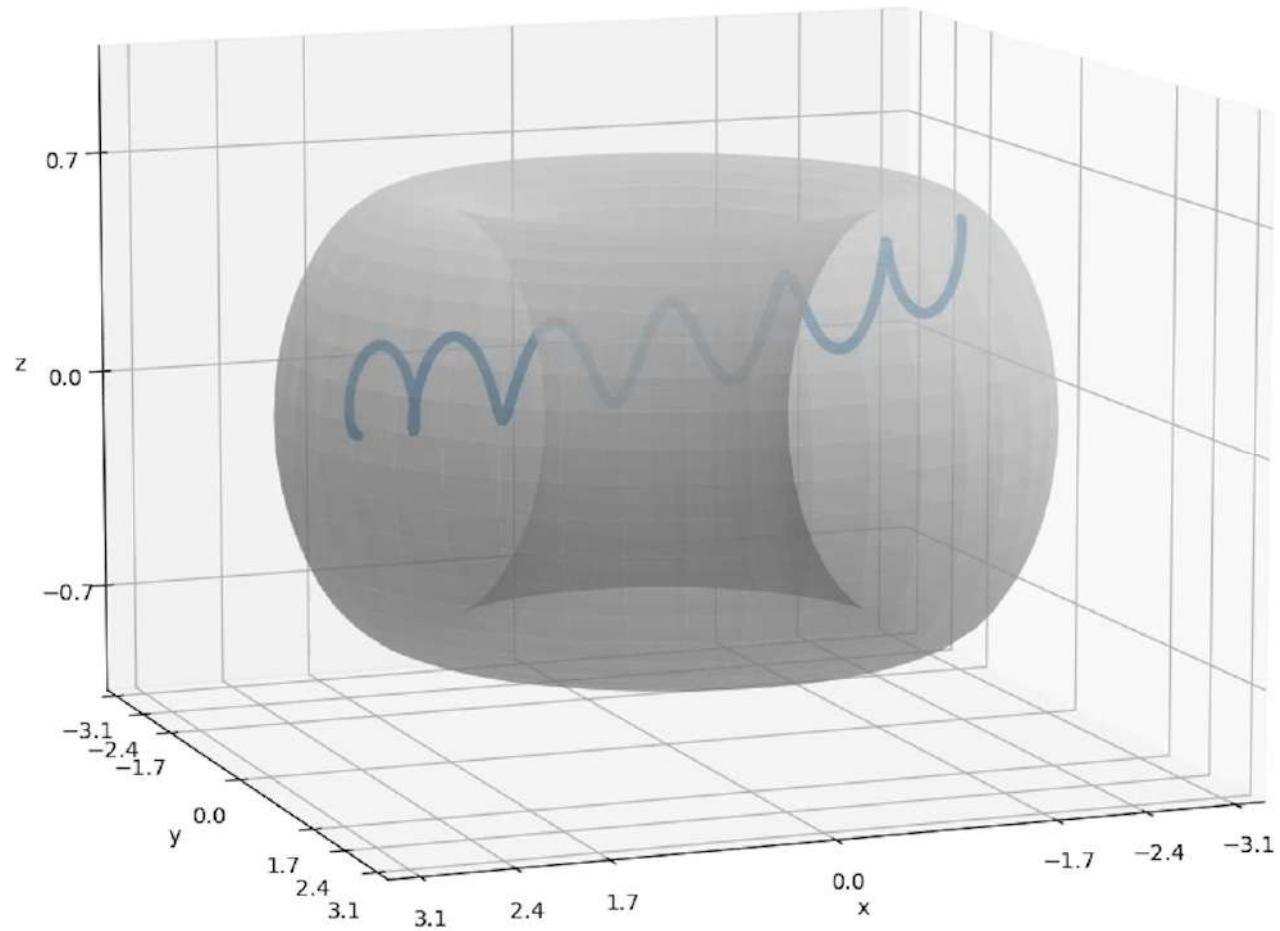


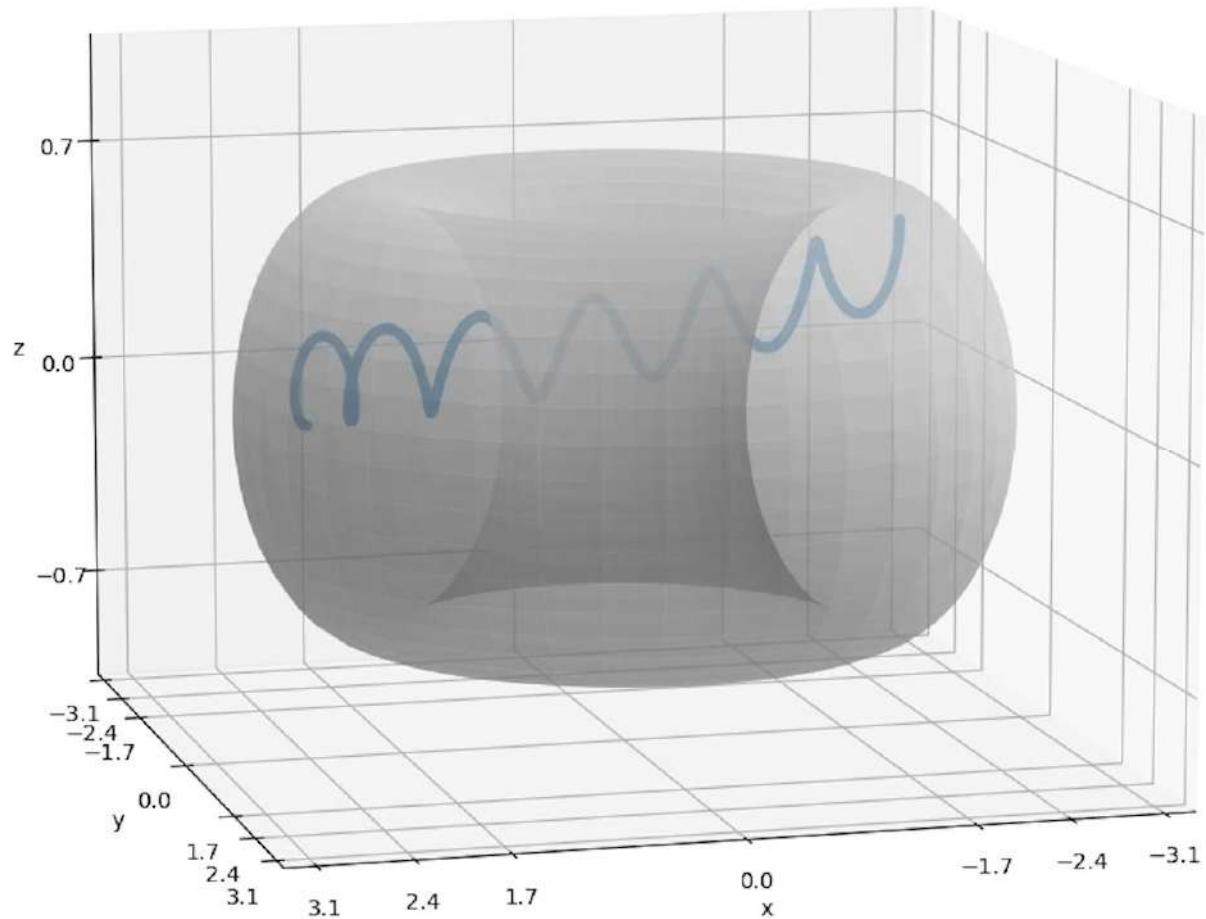


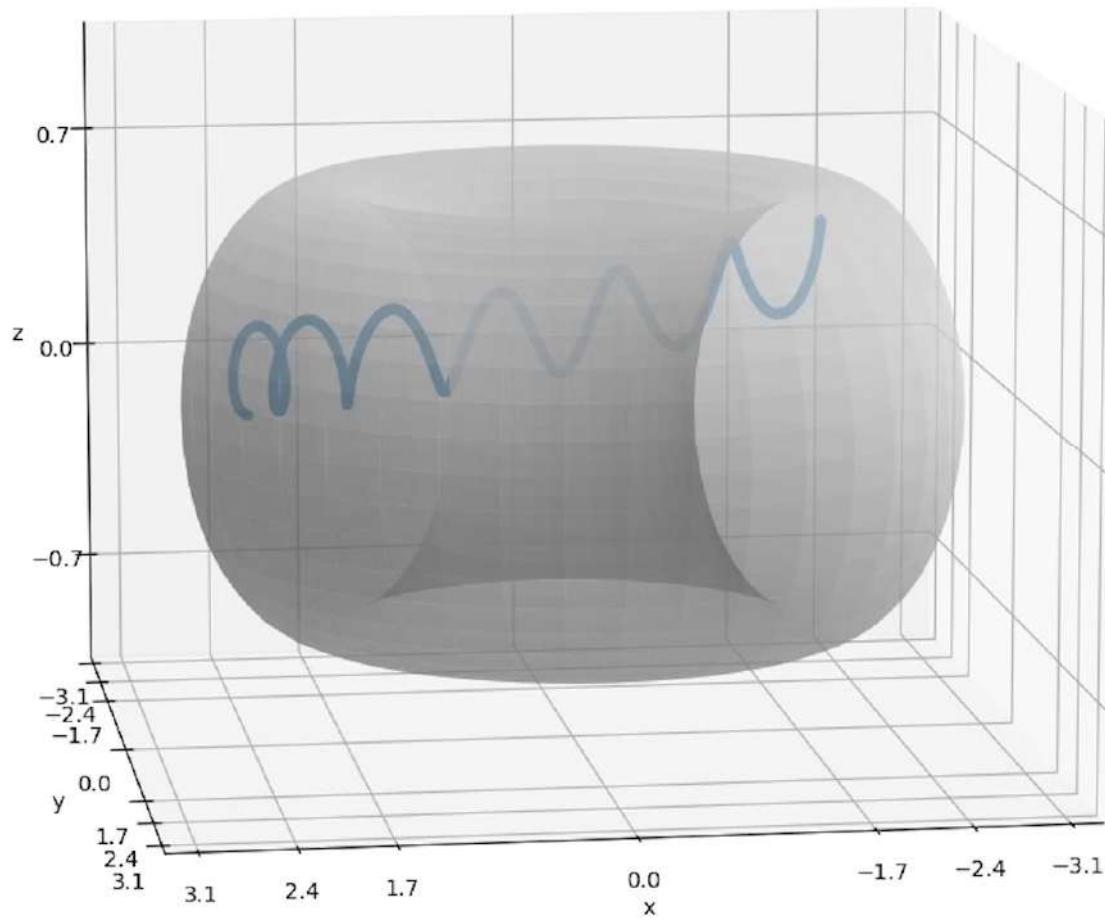


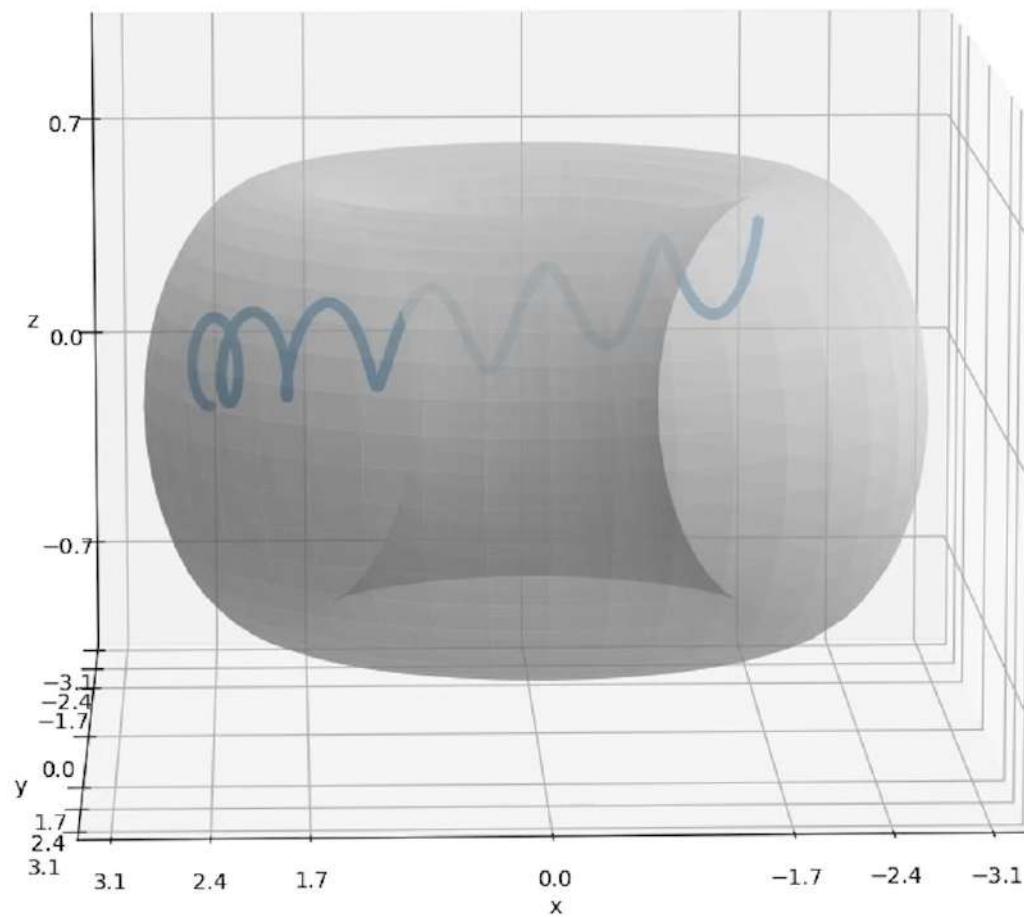


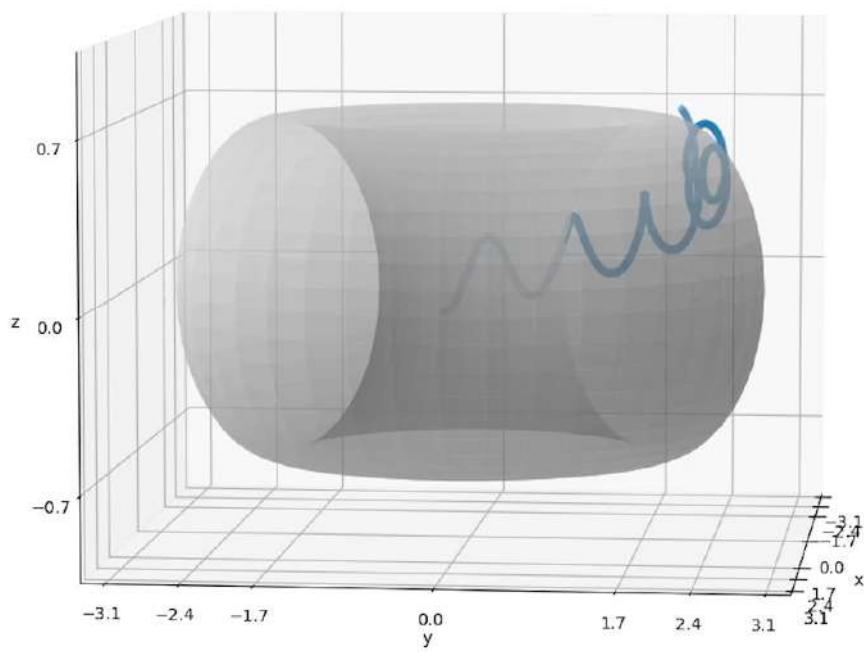


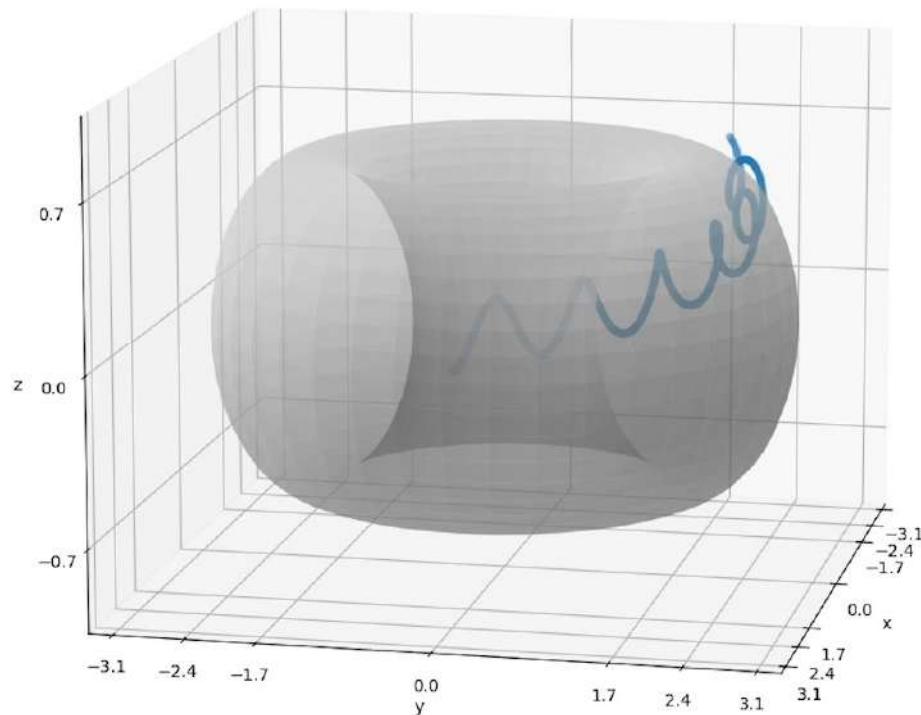


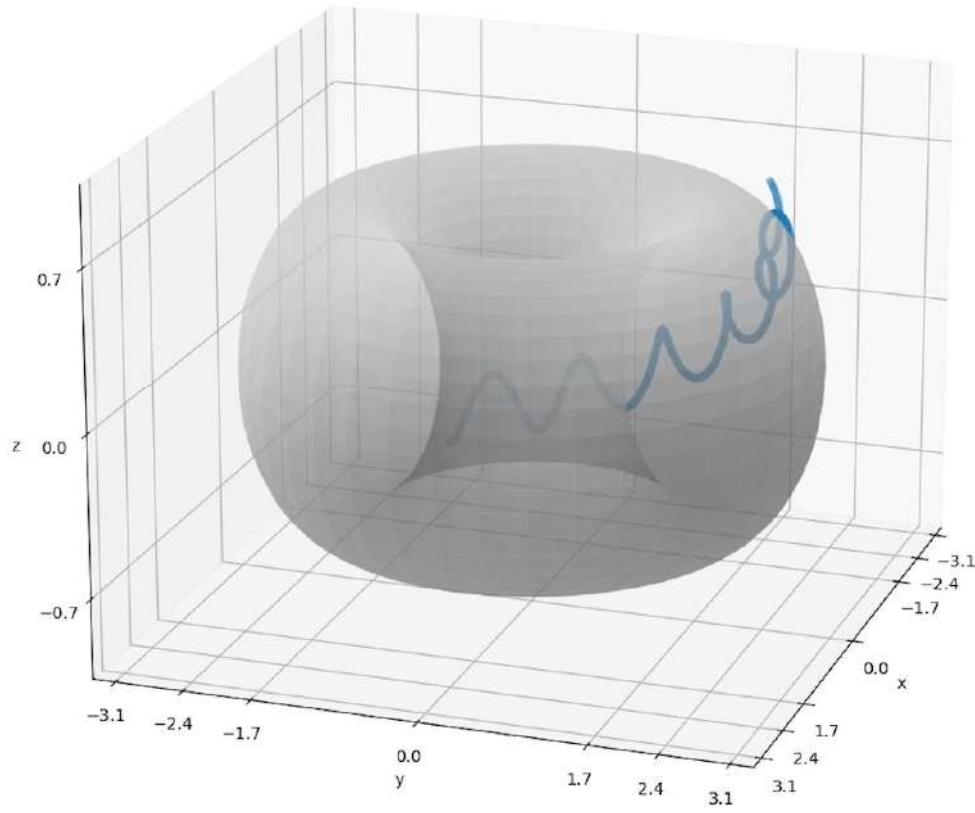


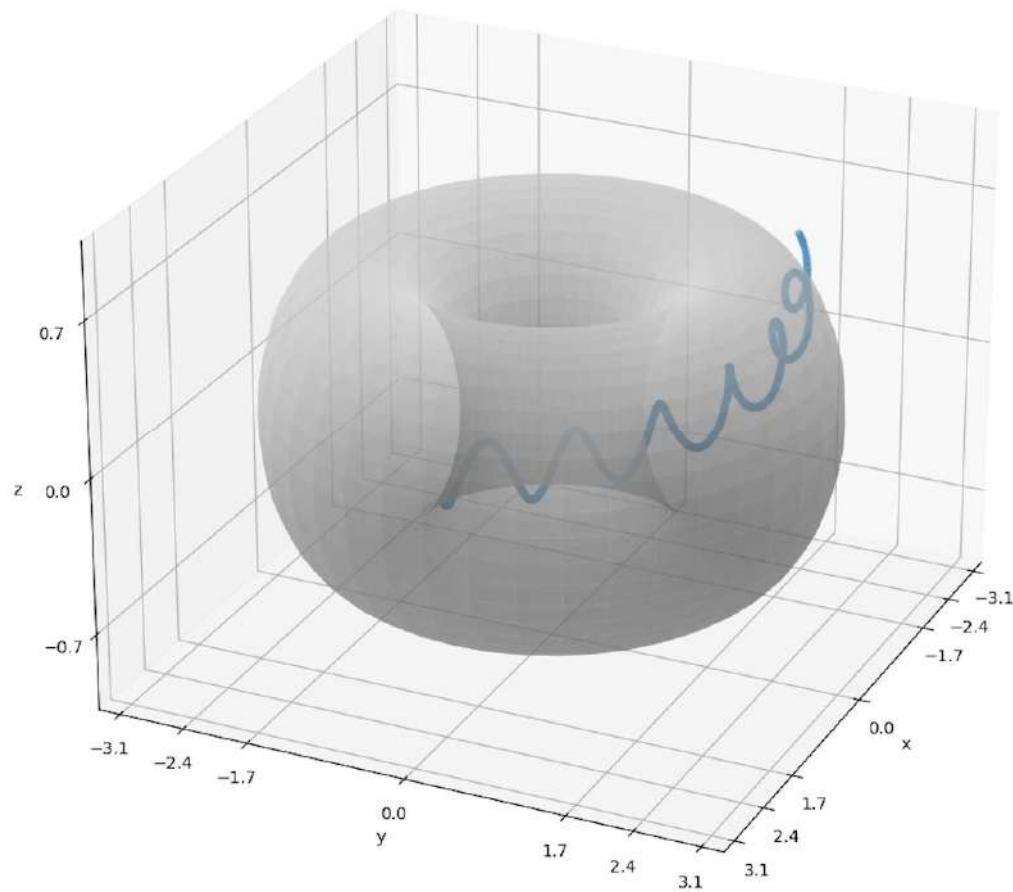


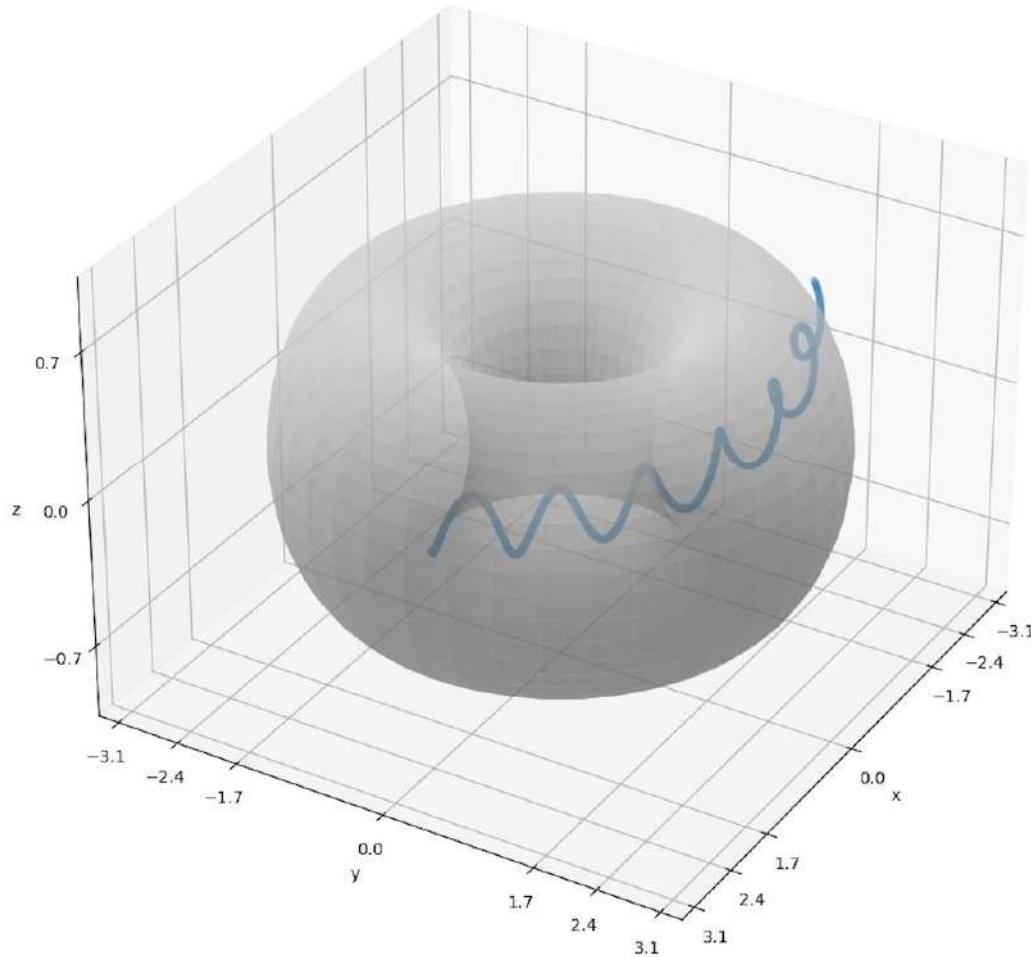


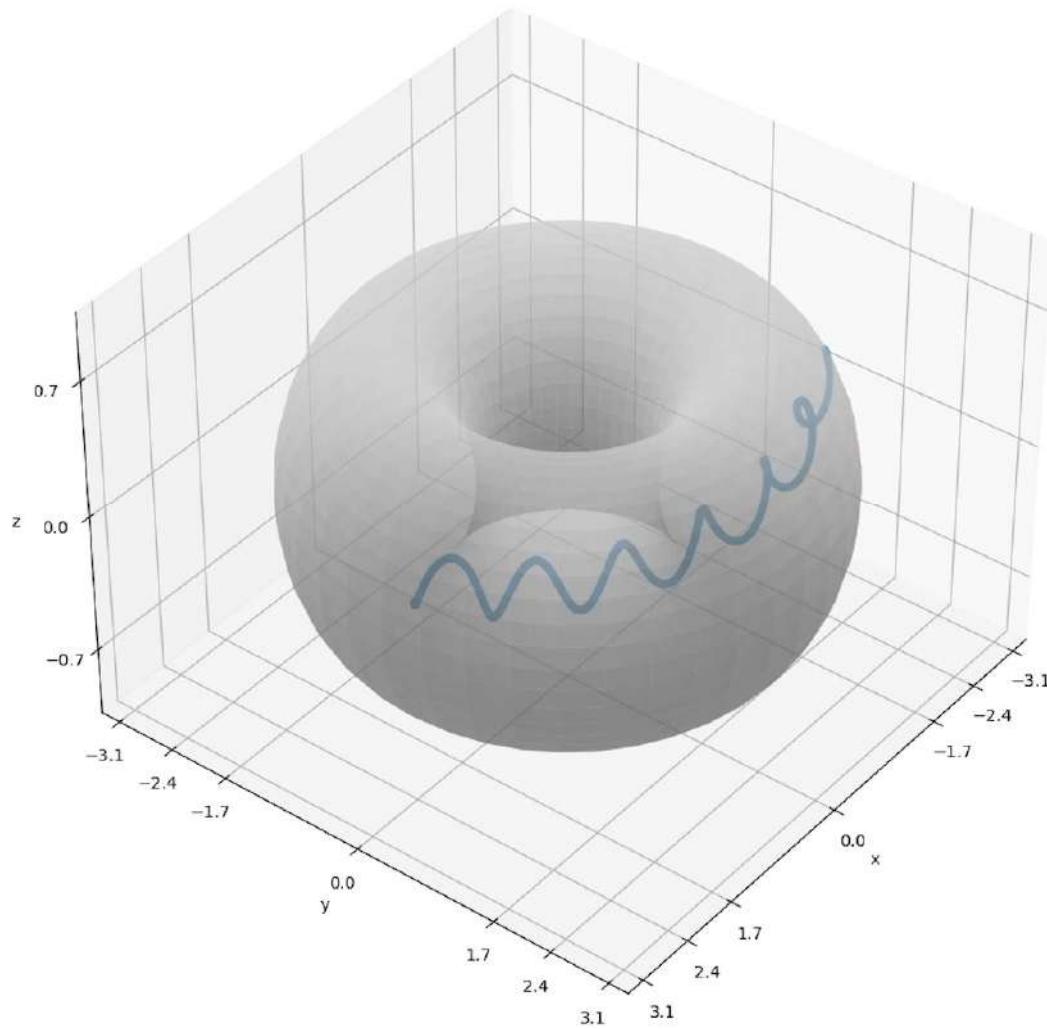


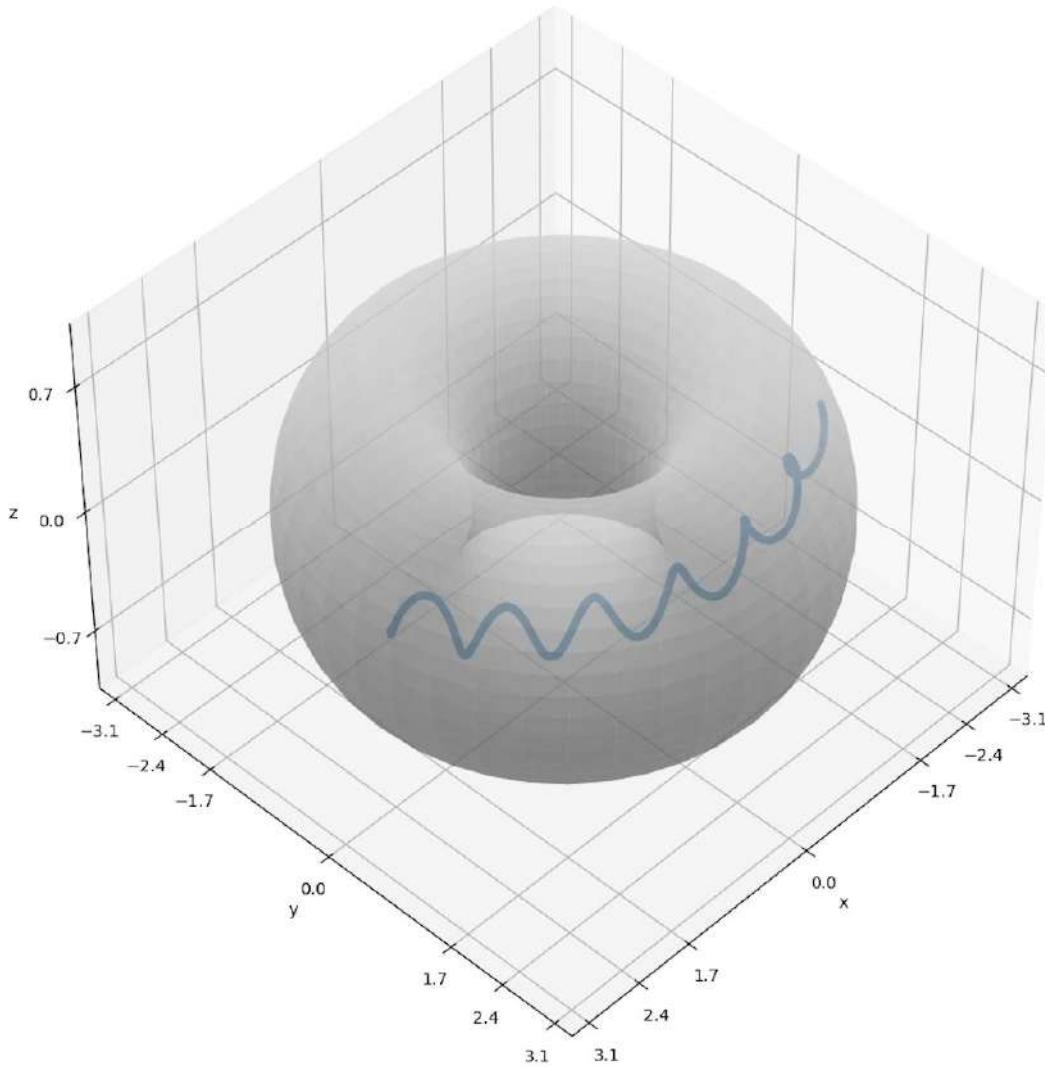


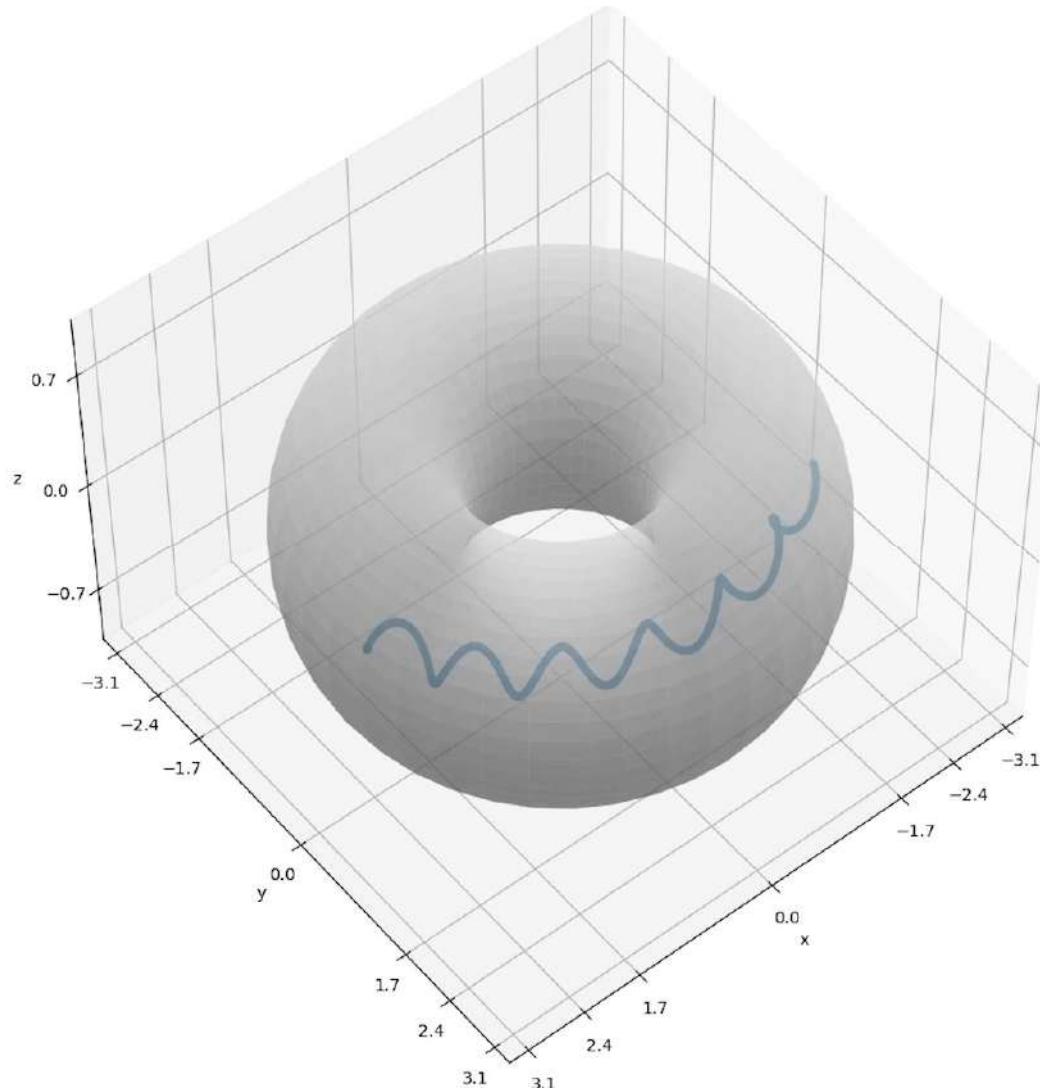


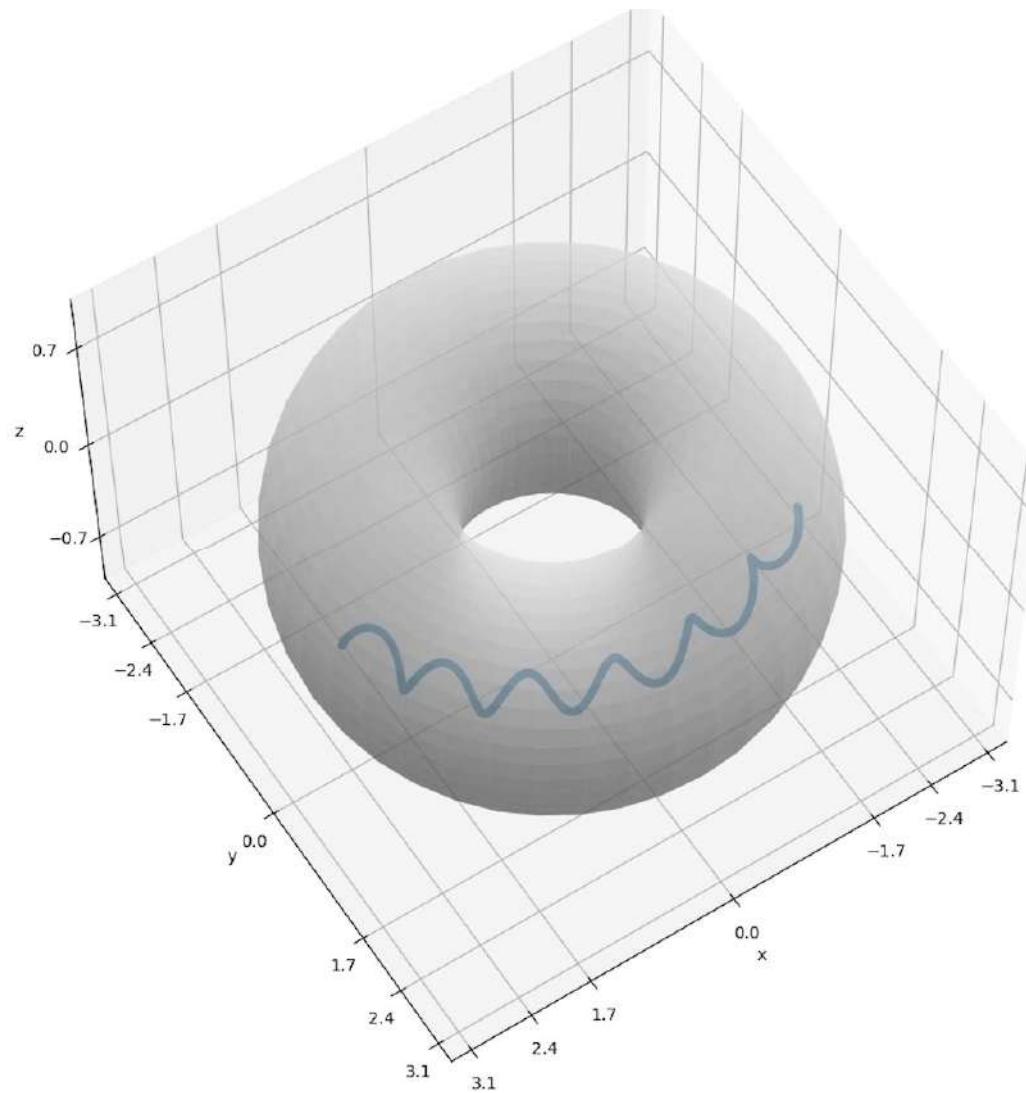


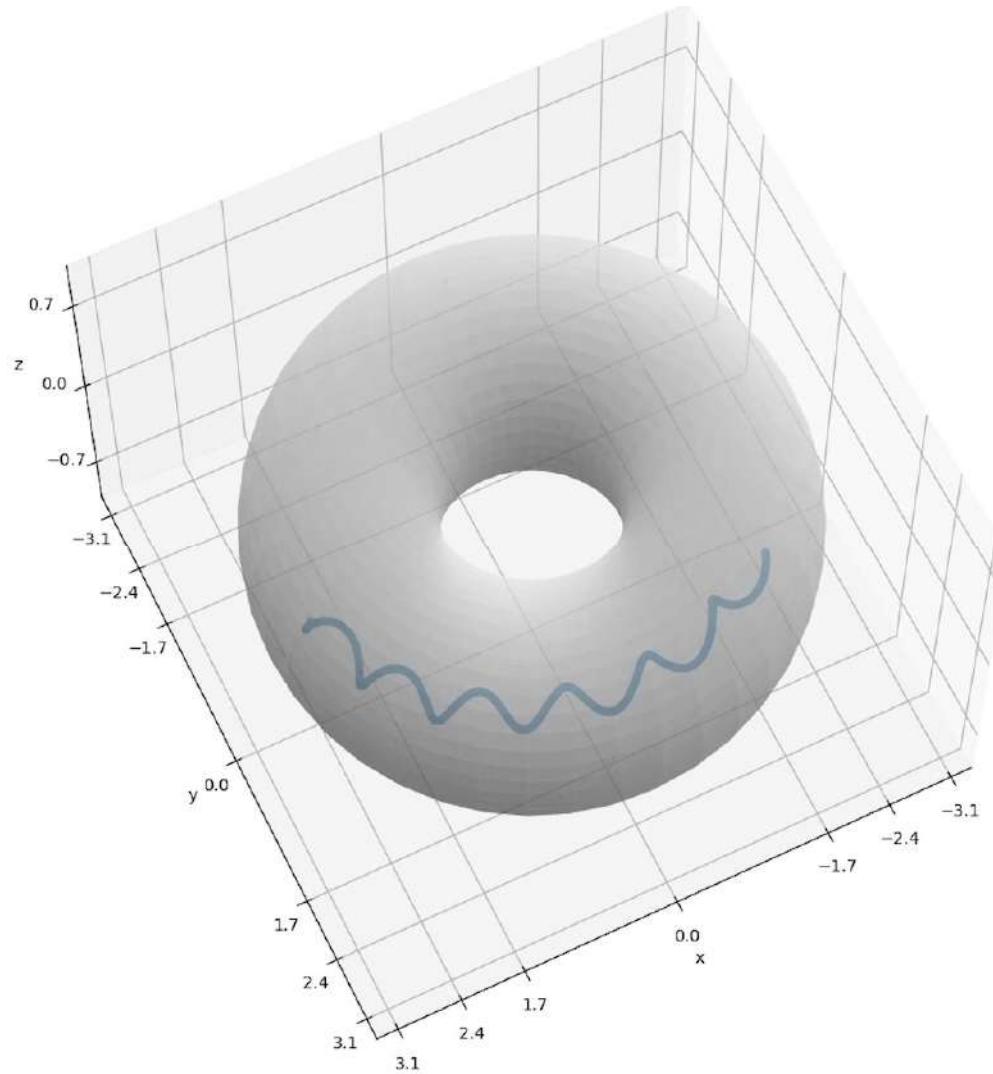


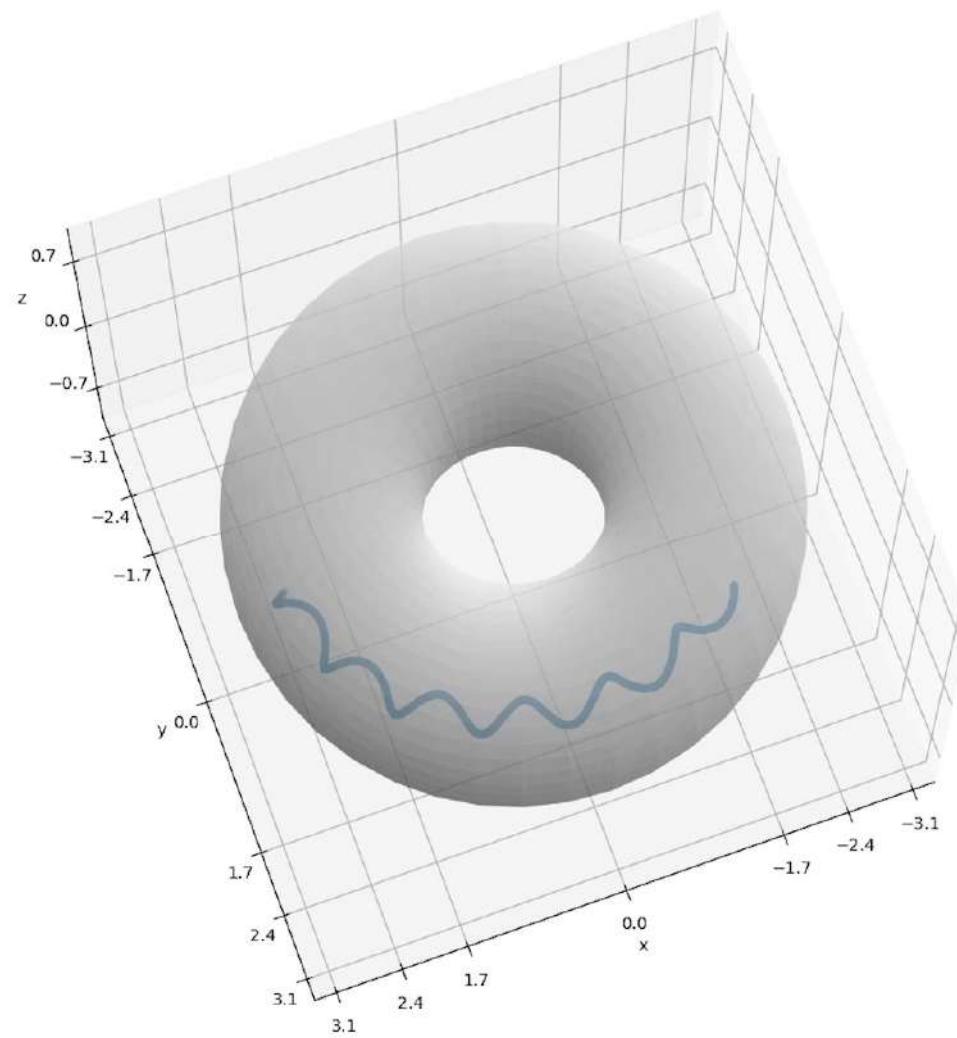


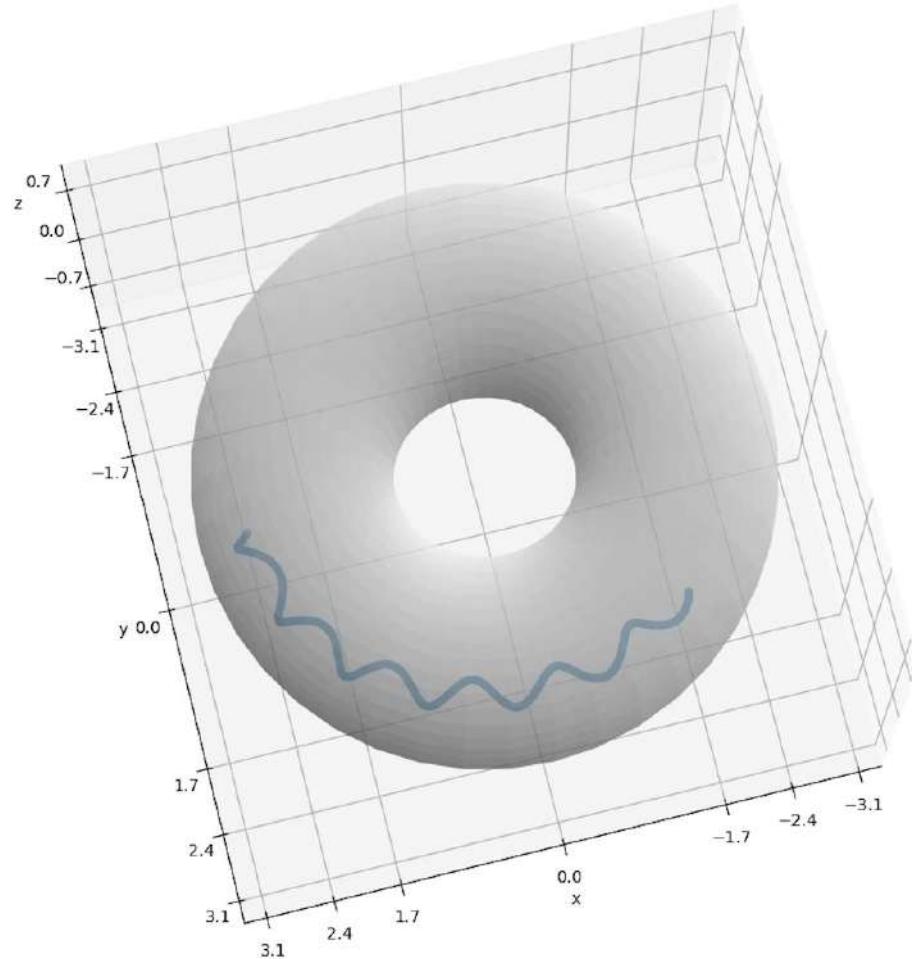


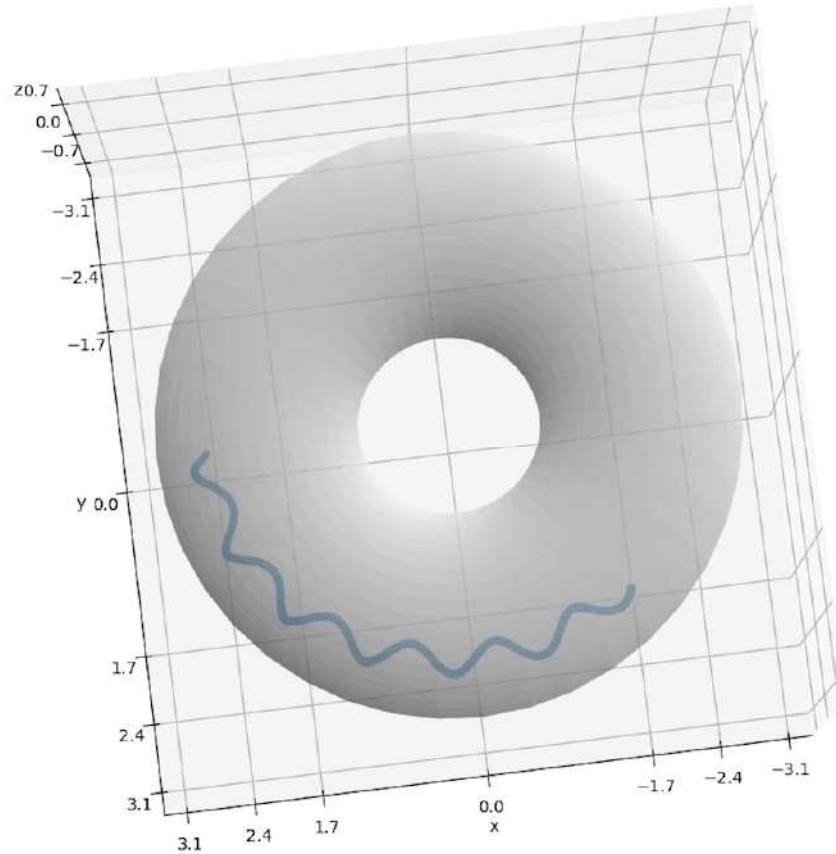


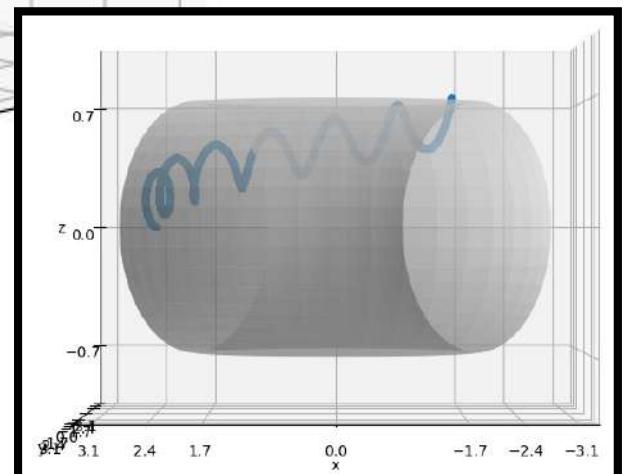
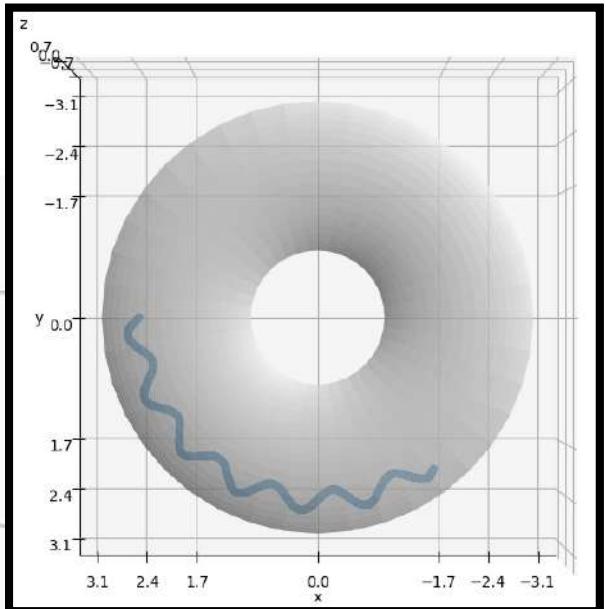
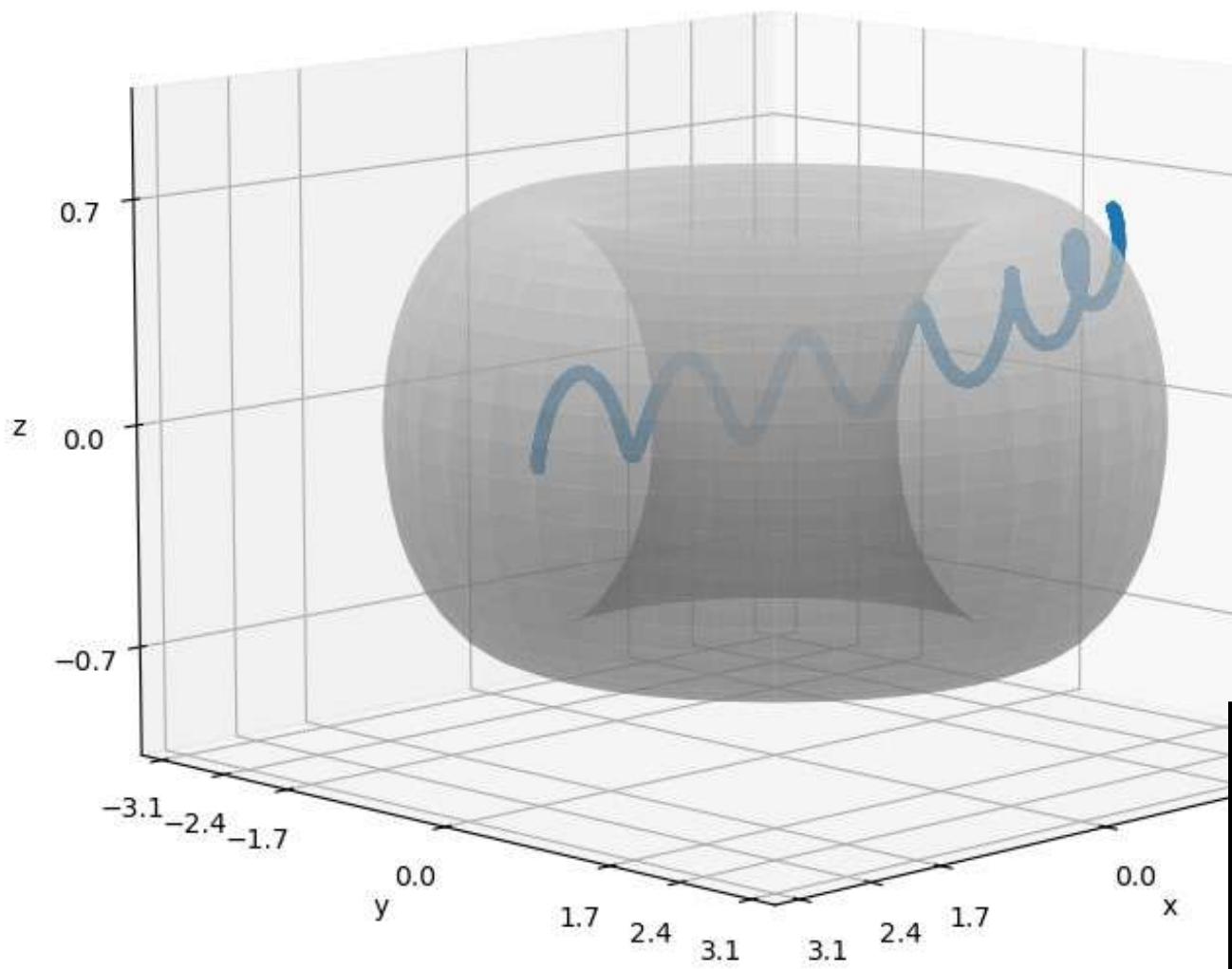






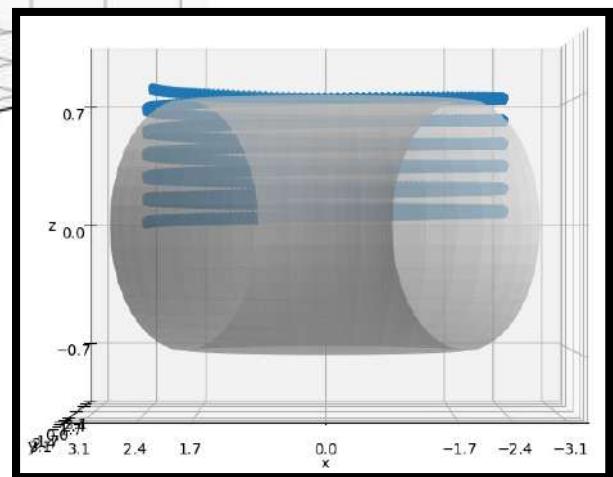
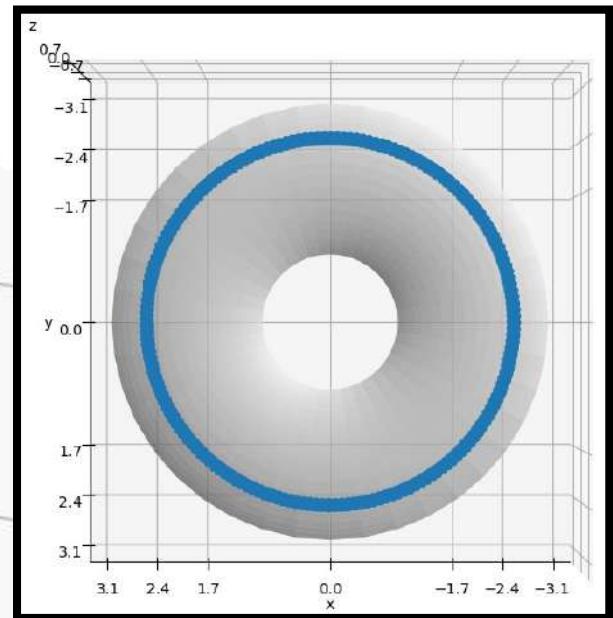
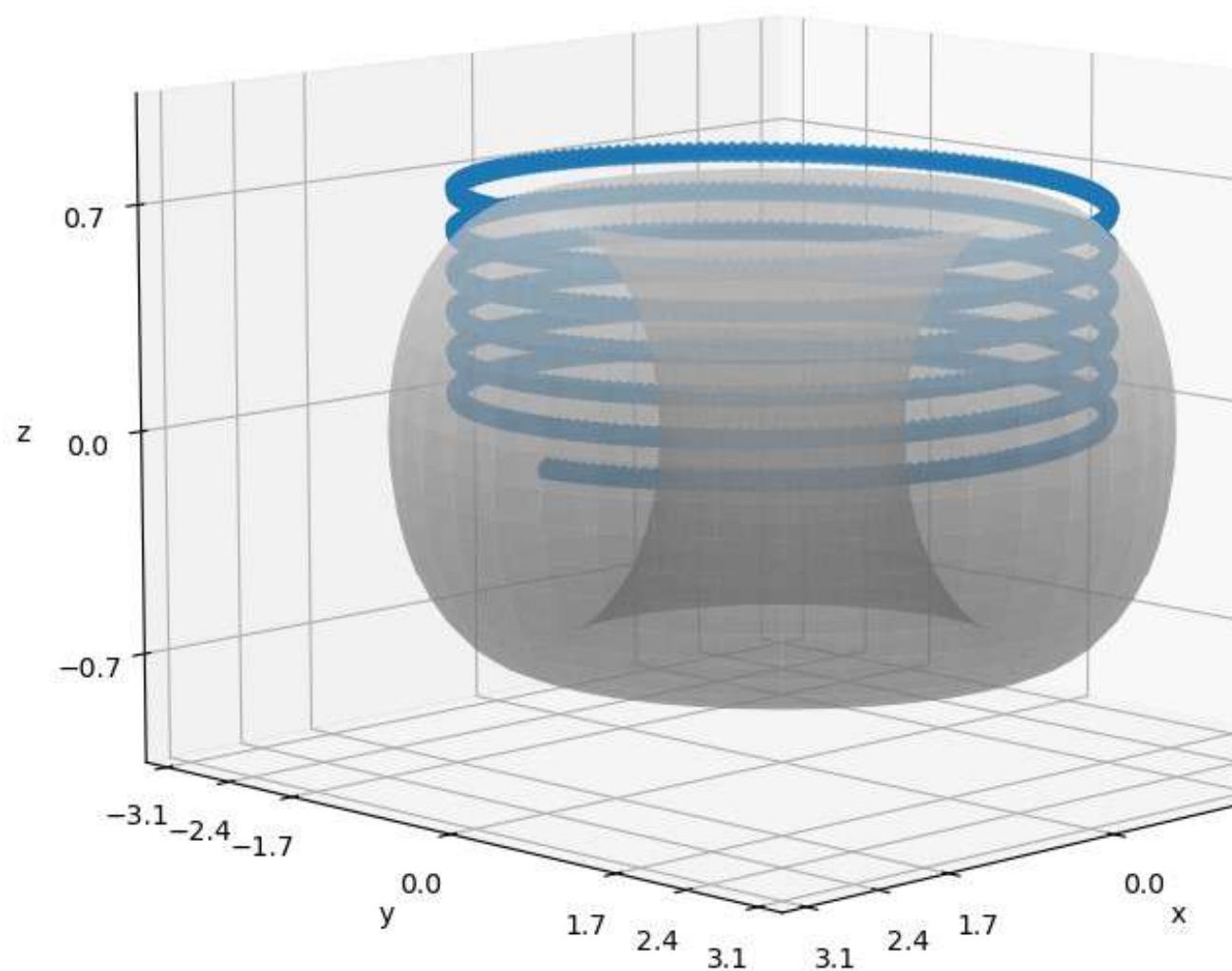






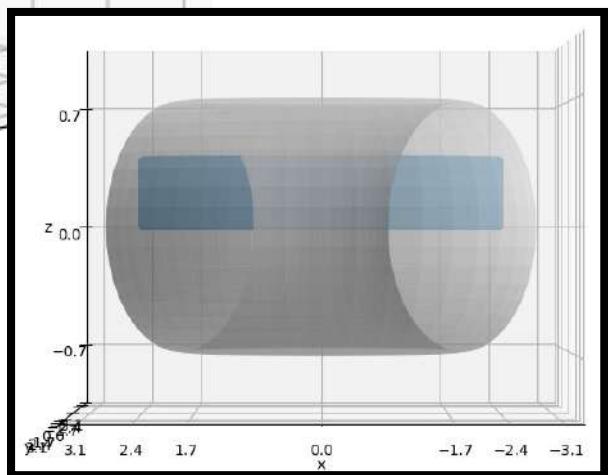
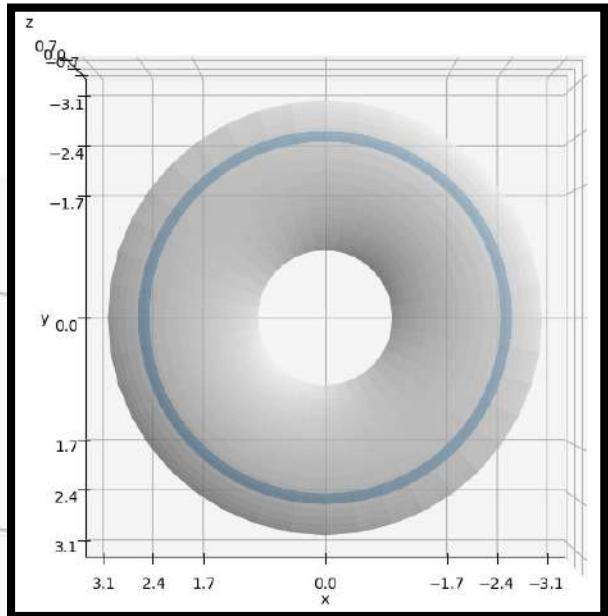
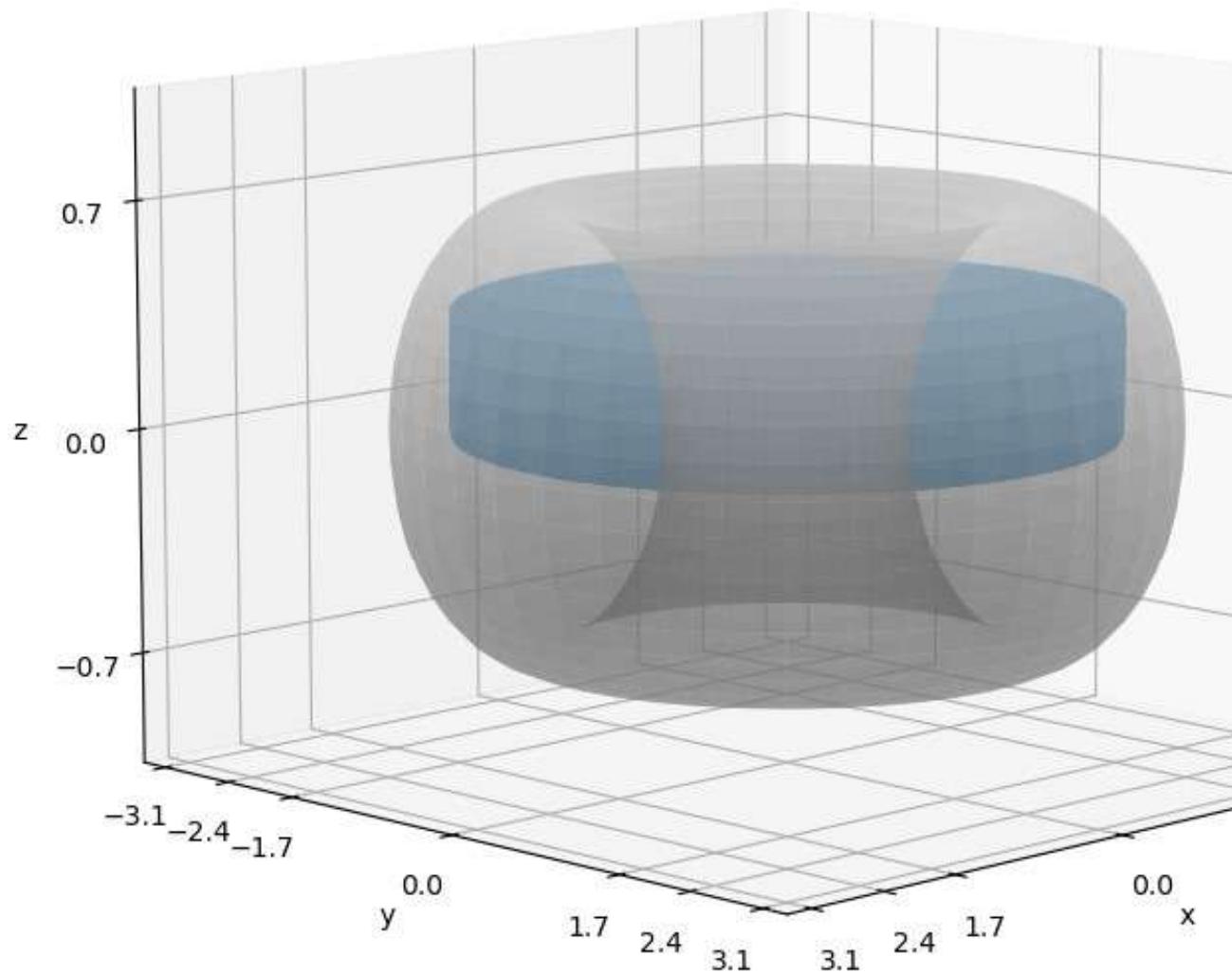
Temps simulé: $5,4 \cdot 10^{-11}$ s

Durée de confinement: $5,4 \cdot 10^{-11}$ s



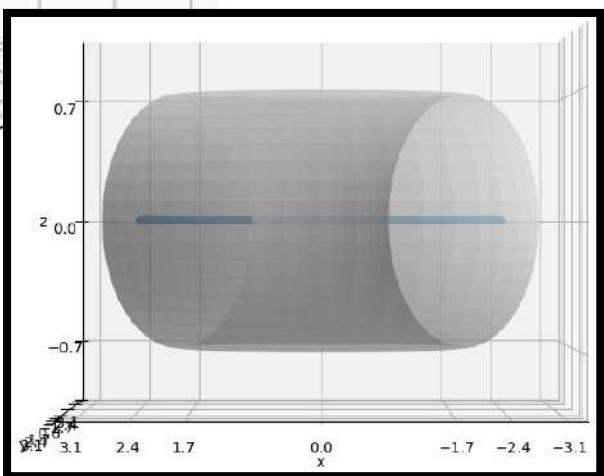
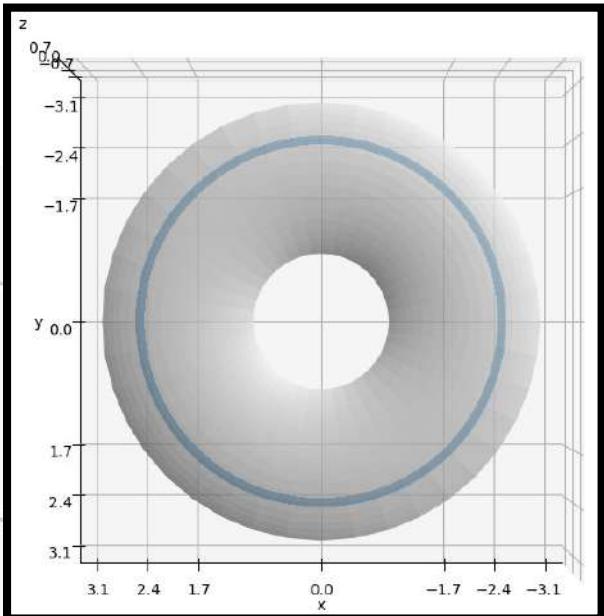
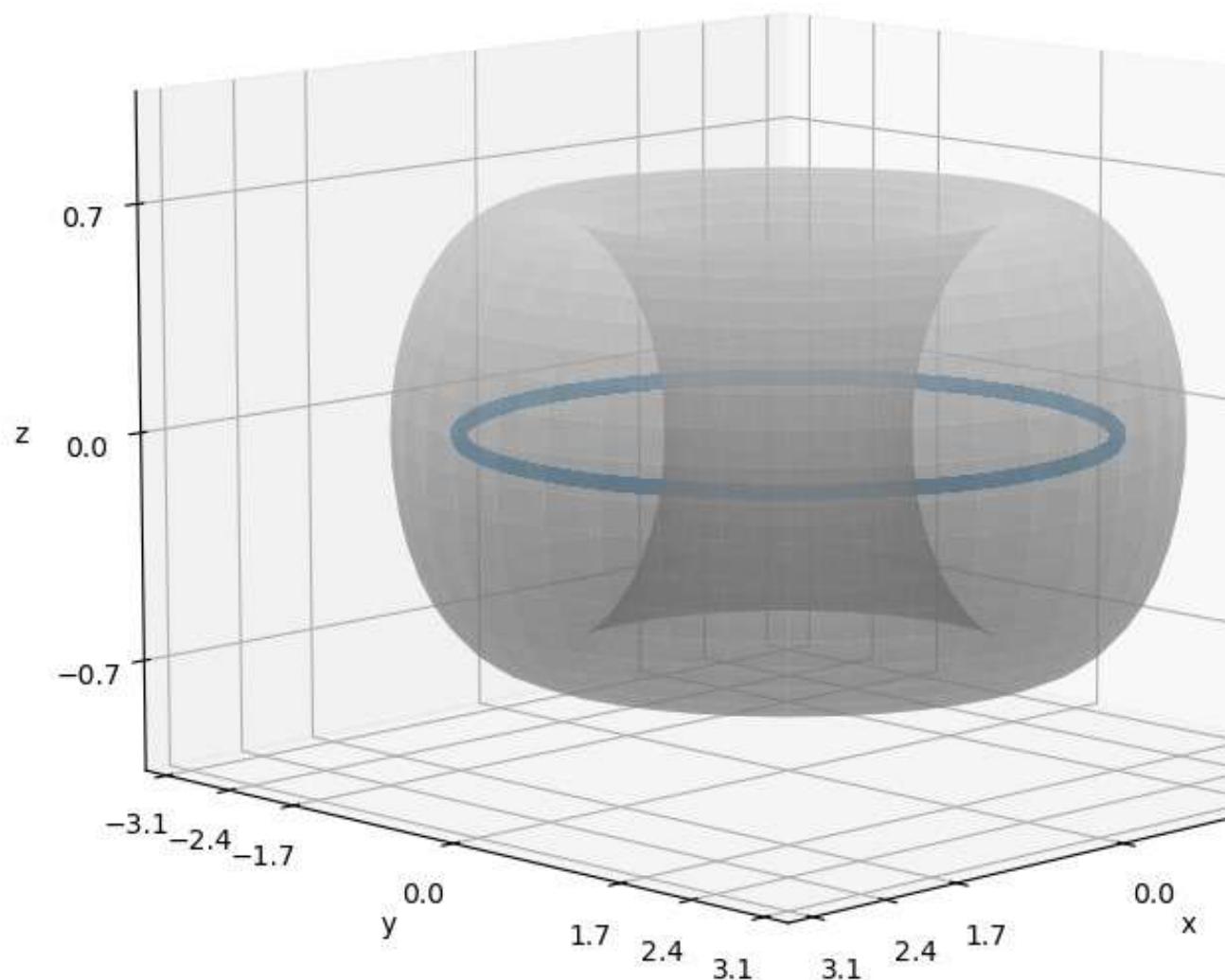
Temps simulé: 10^{-8} s

Durée de confinement: $8,07 \cdot 10^{-9}$ s



Temps simulé: 10^{-4} s

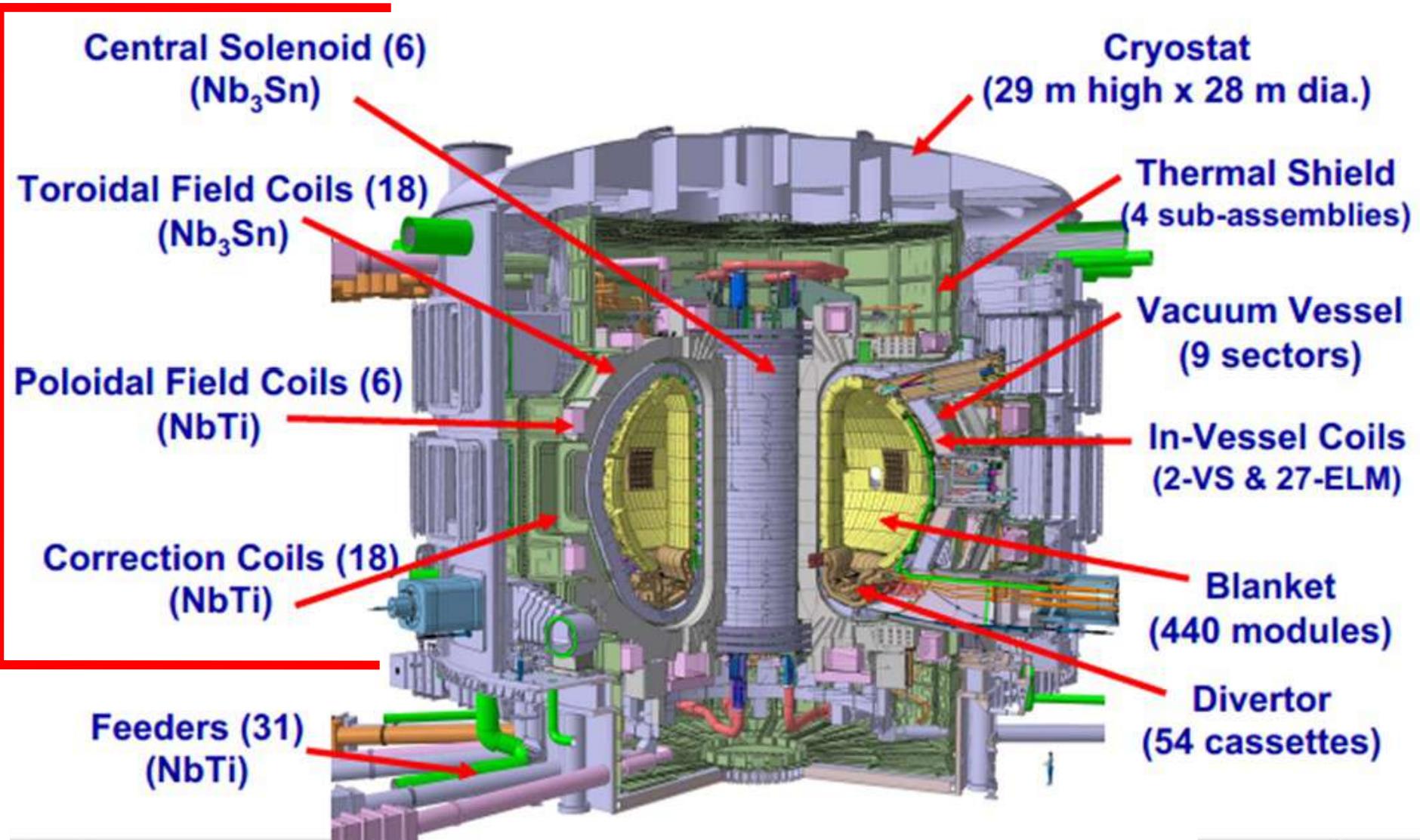
Durée de confinement estimée: 2.10^{-4} s



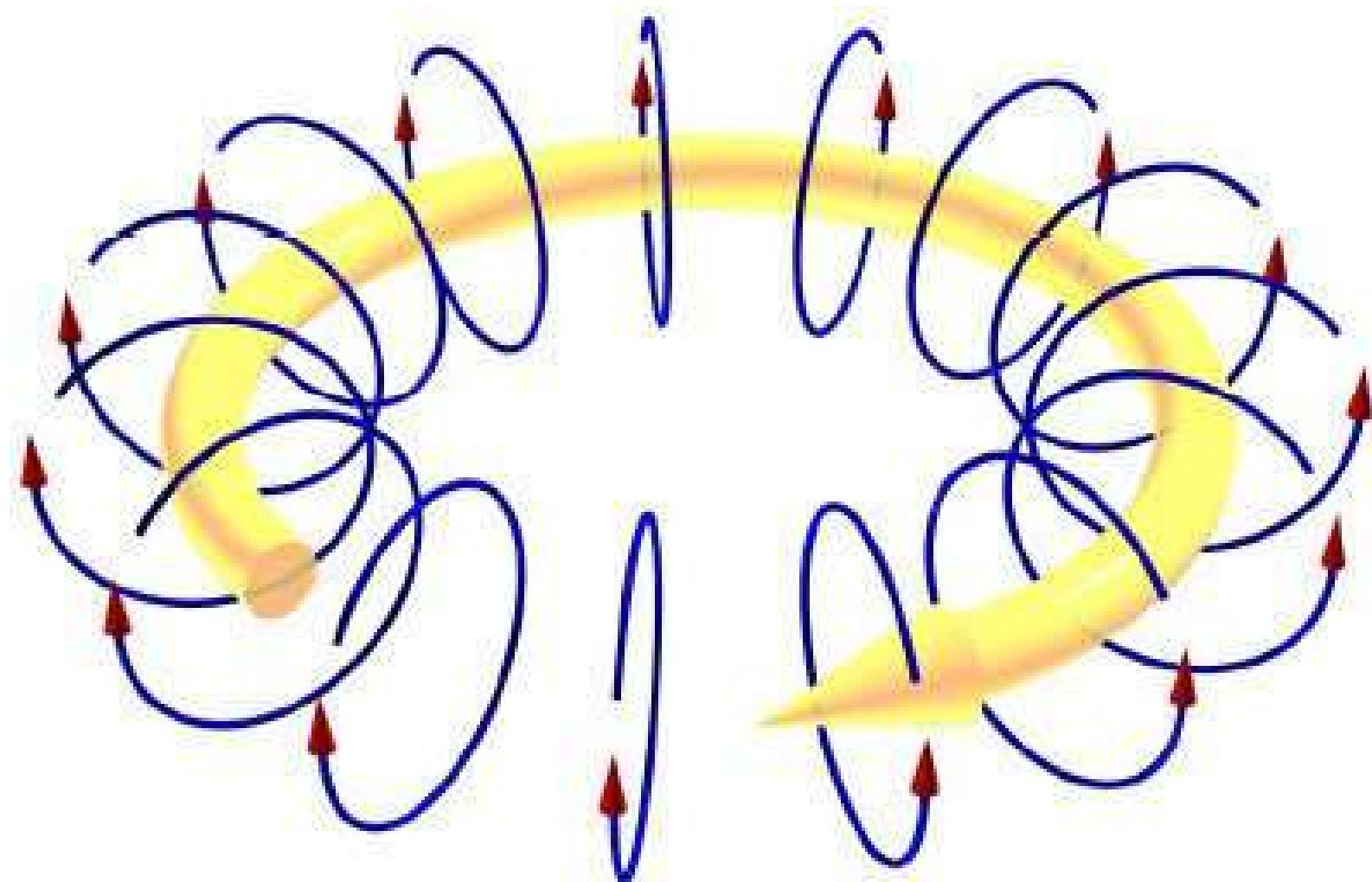
Temps simulé: 10^{-4} s

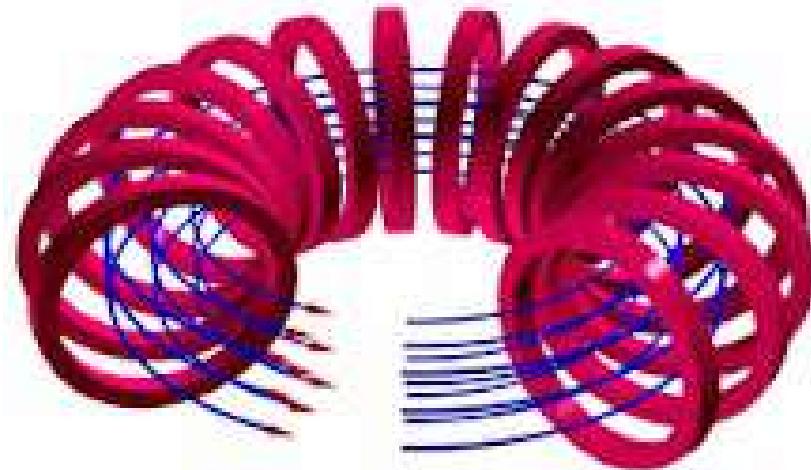
Durée de confinement estimée: 1,17 s

III: Amélioration du Modèle

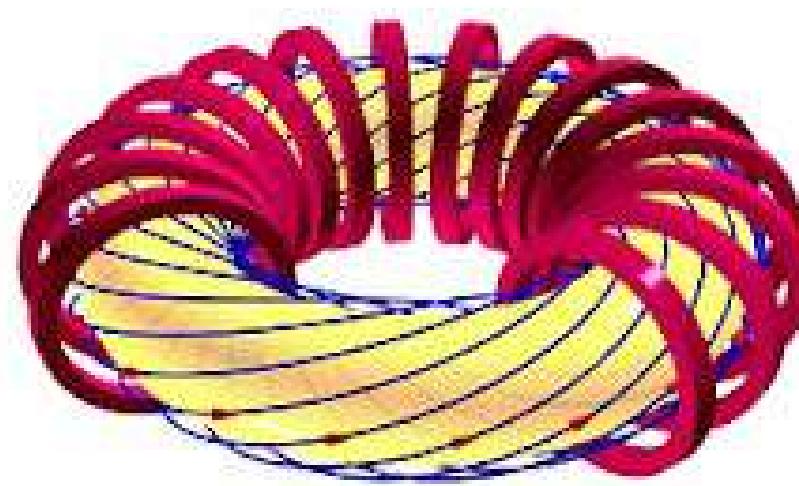
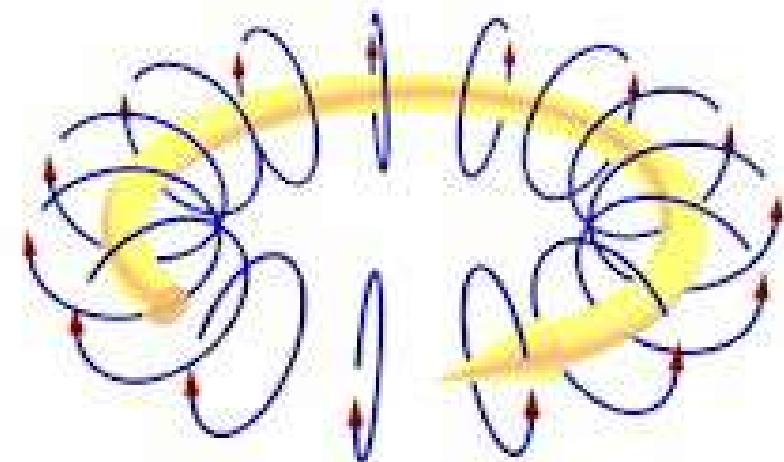


Champ Magnétique Poloïdal

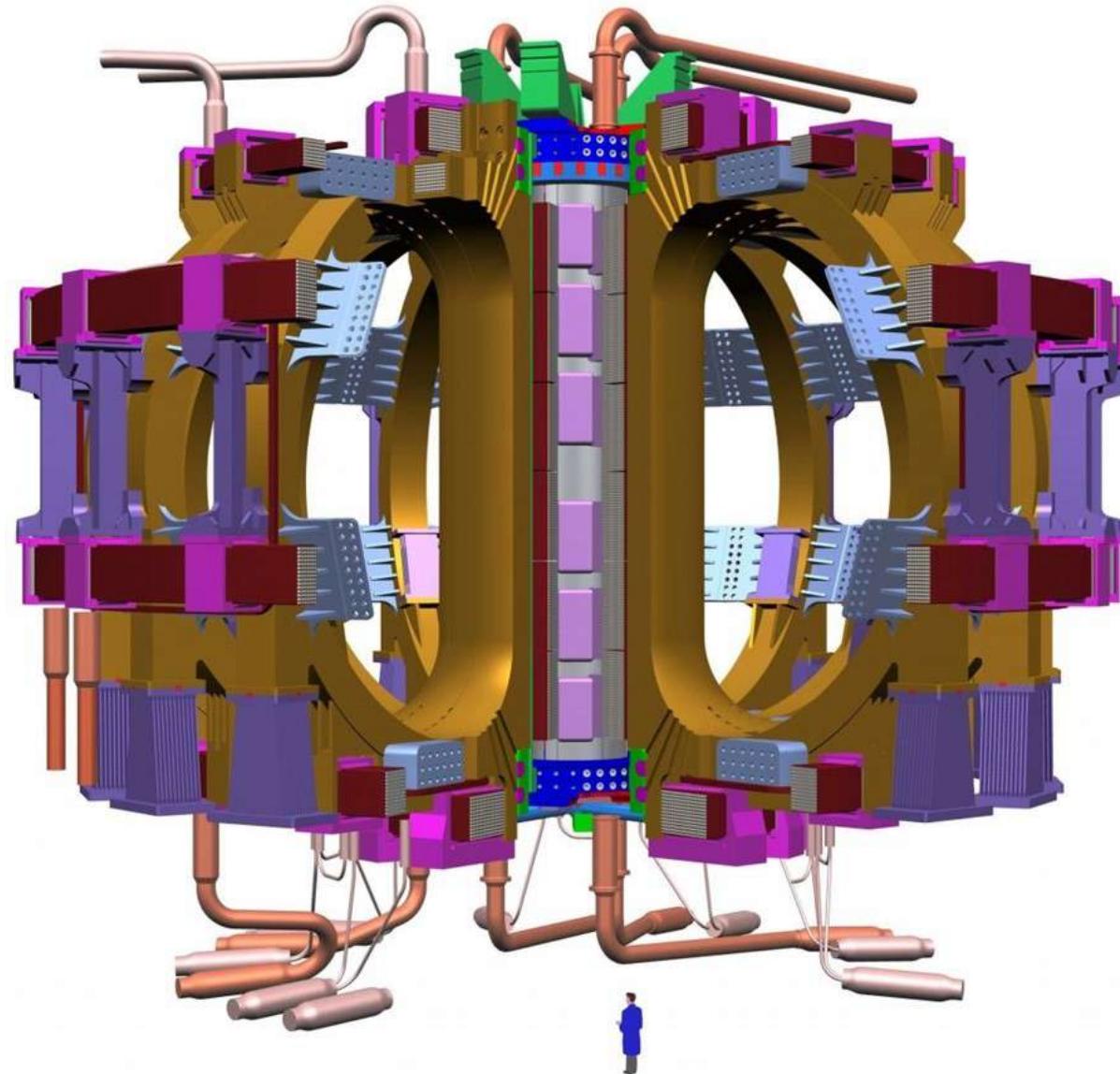




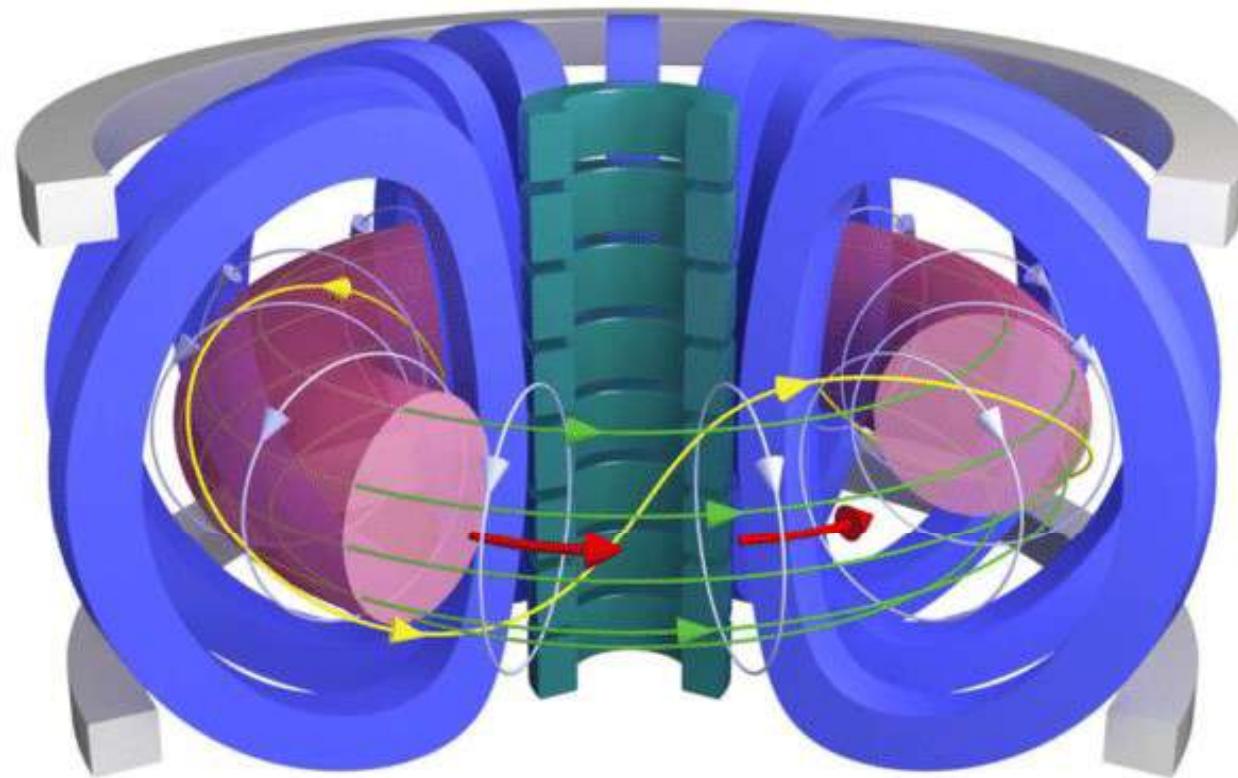
+



Une première solution: Ajout de bobines horizontales pour créer un champ poloïdal



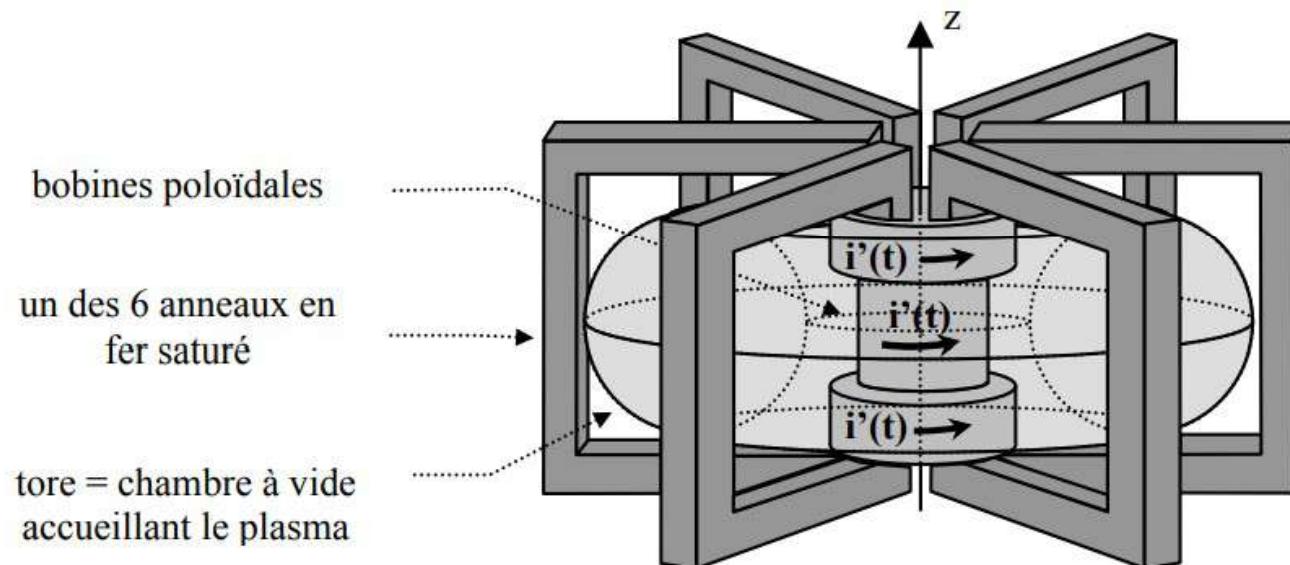
Représentation Schématique du Tokamak ITER



- | | |
|------------------------------------|------------------------------|
| Bobines de champ toroïdales | → Champ magnétique poloïdal |
| Plasma confiné | → Champ magnétique toroïdal |
| Bobines internes de champ poloidal | → Champ magnétique résultant |
| Bobines externes de champ poloidal | → Courant plasma |

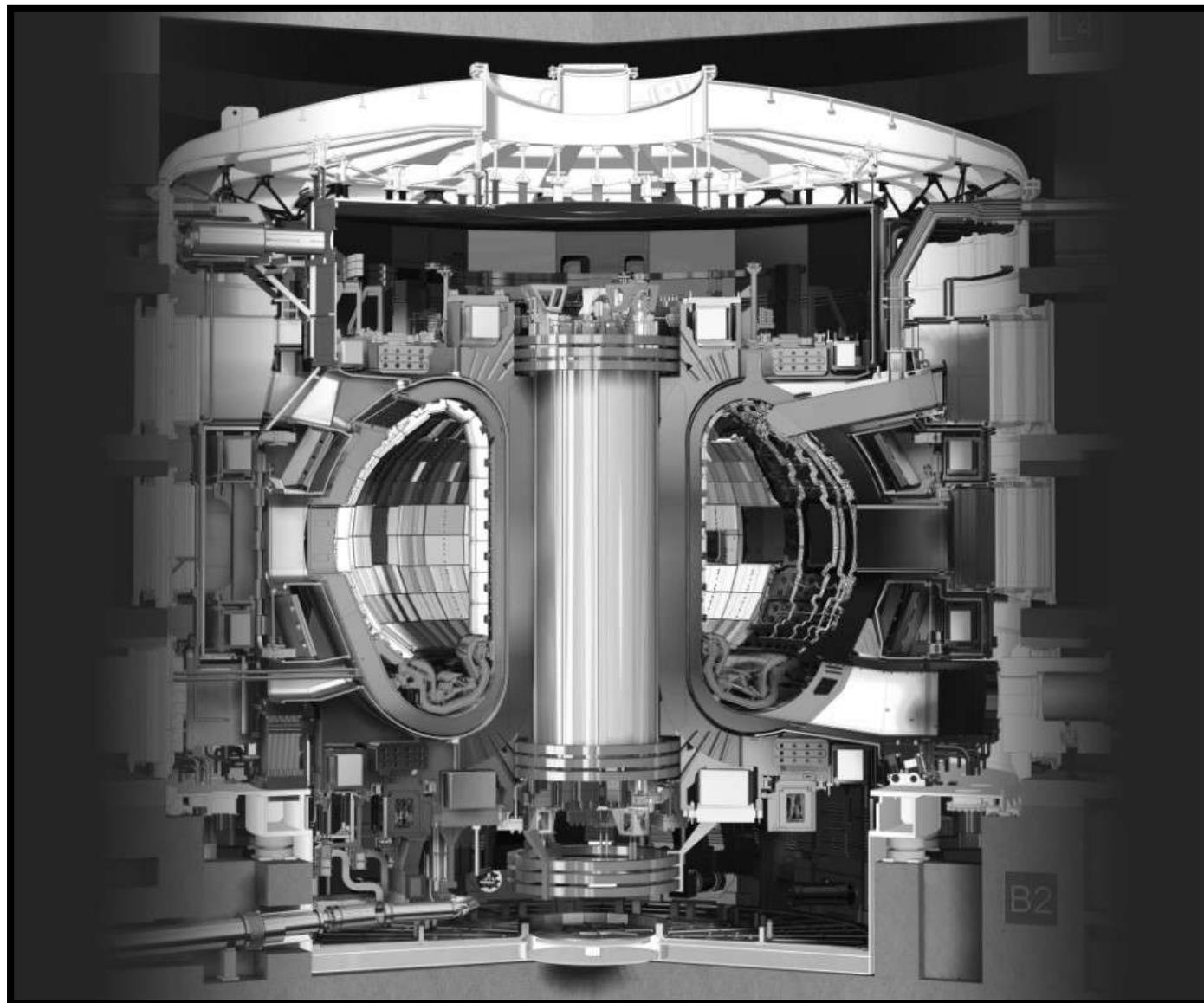
Une seconde solution: Ajout d'anneaux en fer saturé

- 3) Pour contrecarrer cette dérive des particules chargées lorsque seul agit \vec{B}_T , on utilise un jeu de bobines coaxiales au tore, appelées bobines poloïdales, composées d'un grand nombre de spires parcourues par un courant variable $i'(t)$, de fréquence $v = 50$ Hz,. On associe à ces bobines 6 anneaux rectangulaires en fer saturé, régulièrement répartis autour du tore.

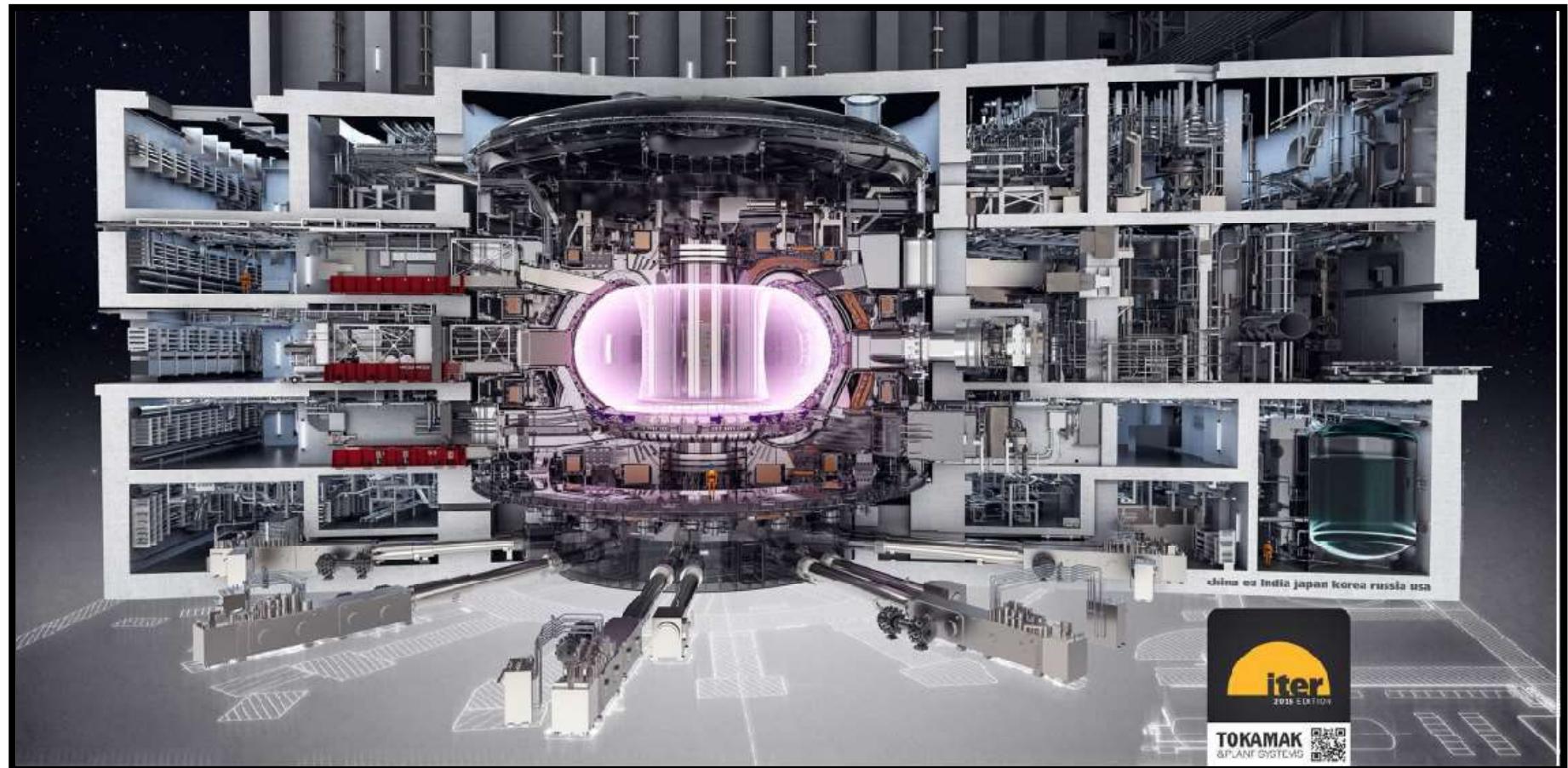


Pour alléger le schéma, les bobines toroïdales n'y sont pas représentées, mais imposent toujours le champ magnétique toroïdal \vec{B}_T aux particules contenues à l'intérieur du tore.
Le repérage dans le tore est identique à celui défini sur le schéma de la partie B.

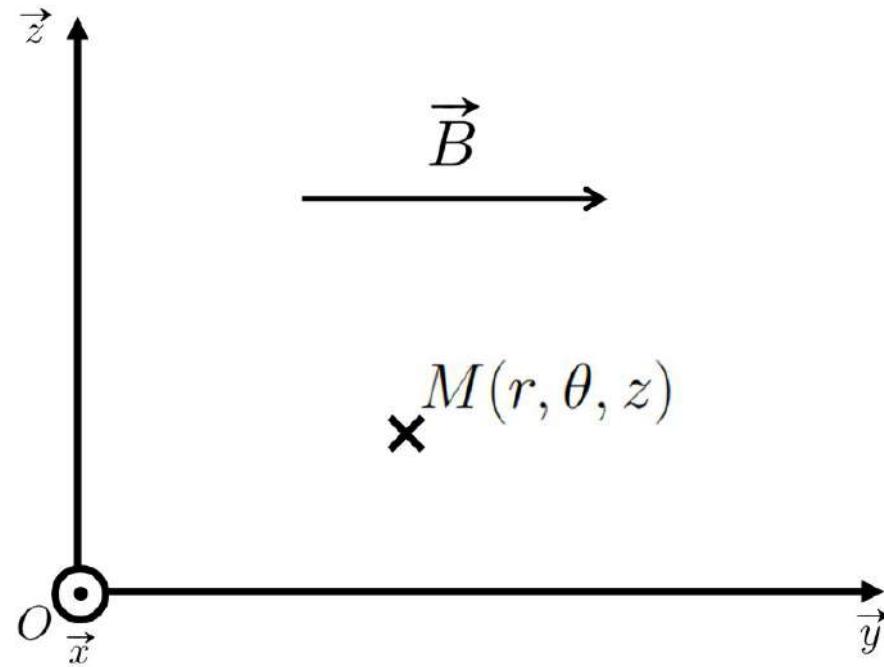
Conclusion



Annexes



Etude d'une particule chargée dans un champ uniforme



Système: Particule chargée de charge q et de masse m

Bilan des forces: Force de Lorentz: $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

Principe fondamental de la dynamique: $m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \epsilon \omega_c \vec{v} \wedge \vec{u}_y \iff \begin{cases} \dot{v}_x = -\epsilon \omega_c v_z \\ \dot{v}_y = 0 \\ \dot{v}_z = \epsilon \omega_c v_x \end{cases}$$

Avec: $\omega_c = \frac{|q|B}{m}$ la pulsation cyclotron, et $\epsilon = \frac{q}{|q|}$

Décomposition de la vitesse : $\vec{v} = \vec{v}_\perp + \vec{v}_{//}$

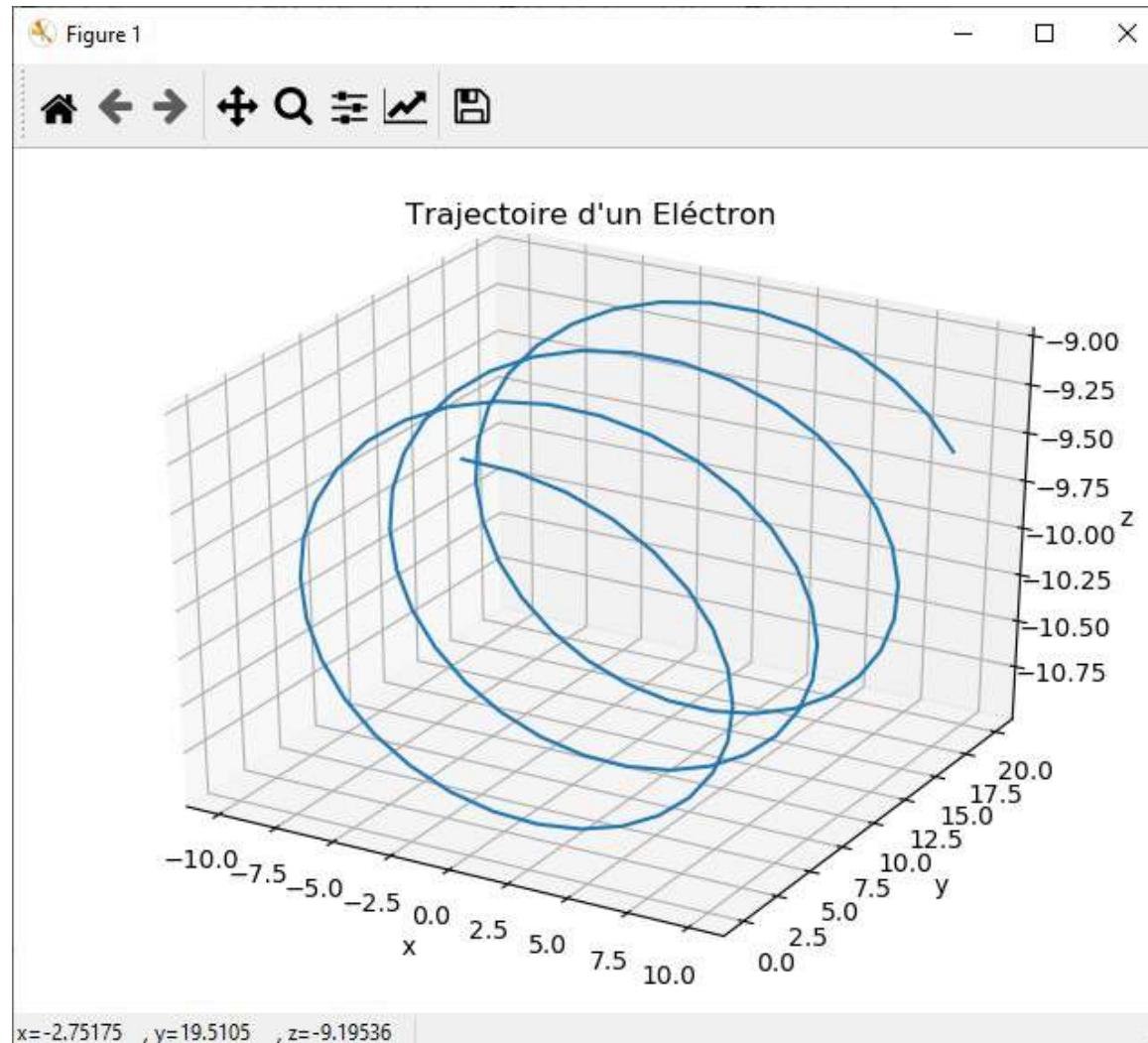
Avec $\vec{v}_{//}$ et \vec{v}_\perp représentant les composantes parallèle et perpendiculaire au champ \vec{B} .

Conditions initiales: $v_x(0) = v_\perp > 0$, $v_y(0) = v_{//}$ et $v_z(0) = 0$.

En découplant le système: $v_x + iv_z = v_\perp e^{i\epsilon\omega_c t}$

$$\begin{cases} v_x = v_\perp \cos(\omega_c t) \\ v_y = v_{//} \\ v_z = \epsilon v_\perp \sin(\omega_c t) \end{cases}$$

Finalement:
$$\begin{cases} x(t) = \rho_L \sin(\omega_c t) + x_0 \\ y(t) = v_{\parallel}/t + y_0 \\ z(t) = \epsilon \rho_L (1 - \cos(\omega_c t)) + z_0 \end{cases}$$
 Avec: $\rho_L = \frac{v_{\perp}}{\omega_c}$ le rayon de Larmor



Logiciel FEMM: <https://www.femm.info/wiki/HomePage>

Finite Element Method Magnetics : HomePage

Finite Element Method Magnetics

The screenshot shows the FEMM software interface. On the left, a sidebar lists navigation options:

- Download
- Documentation
- FAQ
- Linux Support
- Examples
- User Contributions
- Miscellaneous
- Related Links
- Author

The main window displays a 2D finite element model of a radial magnetic bearing. The model consists of a central air gap with two sets of magnetic poles (N and S) on the outer ring, and a rotating rotor with a magnetic pole on its surface. A color-coded field plot shows the magnetic flux density distribution across the air gap. To the right of the plot, a "FMM Output" dialog box provides detailed simulation parameters and results:

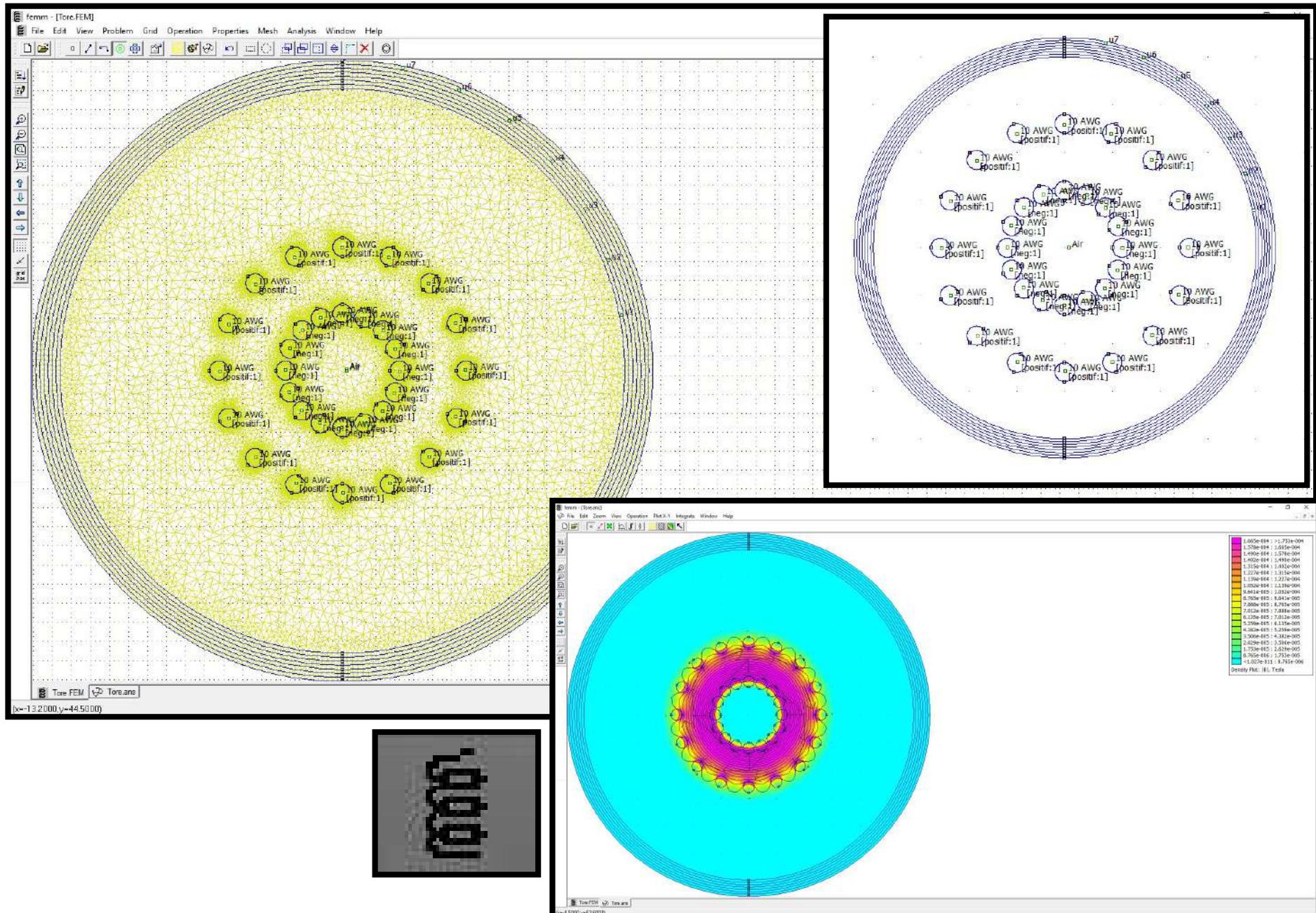
1.900e+000	>2.000e+000
1.800e+000	1.900e+000
1.700e+000	1.800e+000
1.600e+000	1.700e+000
1.500e+000	1.600e+000
1.400e+000	1.500e+000
1.300e+000	
1.200e+000	
1.100e+000	
1.000e+000	
9.000e-001	
8.000e-001	
7.000e-001	
6.000e-001	
5.000e-001	
4.000e-001	
3.000e-001	
2.000e-001	
1.000e-001	
0.000e+000	

Detailed output parameters listed in the dialog box:

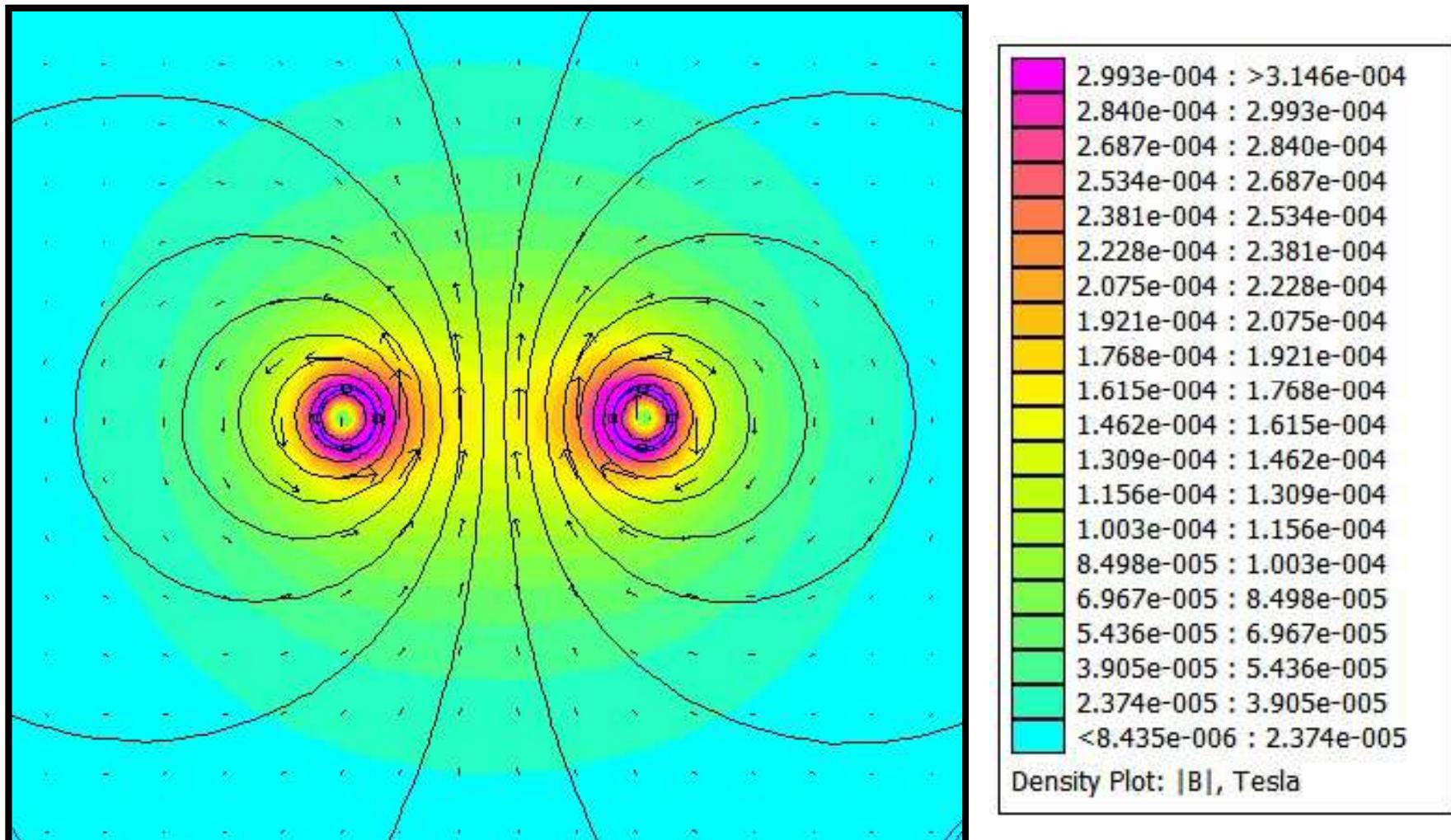
- Title: RadialMagneticBearing.fem
- Length Units: Inches
- 2D Planar (Depth: 1.6 in)
- Frequency: 0 Hz
- 8086 Nodes
- 15842 Elements

At the bottom of the main window, there are tabs for "RadialMagneticBearing.fem" and "RadialMagneticBearing.fem". The status bar at the bottom indicates the resolution (x=32000, y=19300).

Valid XHTML :: Valid CSS :: Powered by WikkaWiki



Représentation des lignes de champ d'une spire circulaire avec le logiciel [FEMM](#)



(Coupe transversale à la spire)

Choix de la vitesse initiale: Conservation de la quantité de mouvement



On suppose que toute l'énergie libérée par la réaction de fusion se transforme en énergie cinétique des particules créées, et on néglige les énergies cinétiques des particules incidentes.

Conservation de la quantité de mouvement: $m_n \vec{v}_n + 4m_\alpha \vec{v}_\alpha = \vec{0}$

Avec: $4m_n \approx m_\alpha$, on obtient: $\vec{v}_n = -4\vec{v}_\alpha$

Donc: $E_c^n = 4E_c^\alpha$

Finalement: $E_c^n + E_c^\alpha = 4E_c^\alpha + E_c^\alpha = E_f \Rightarrow E_c^n = \frac{4}{5}E_f$ et $E_c^\alpha = \frac{1}{5}E_f$

Vitesse initiale: $v_0 = 1,3 \cdot 10^4 \text{ m/s}$

Choix de la vitesse initiale:

Thermodynamique statistique

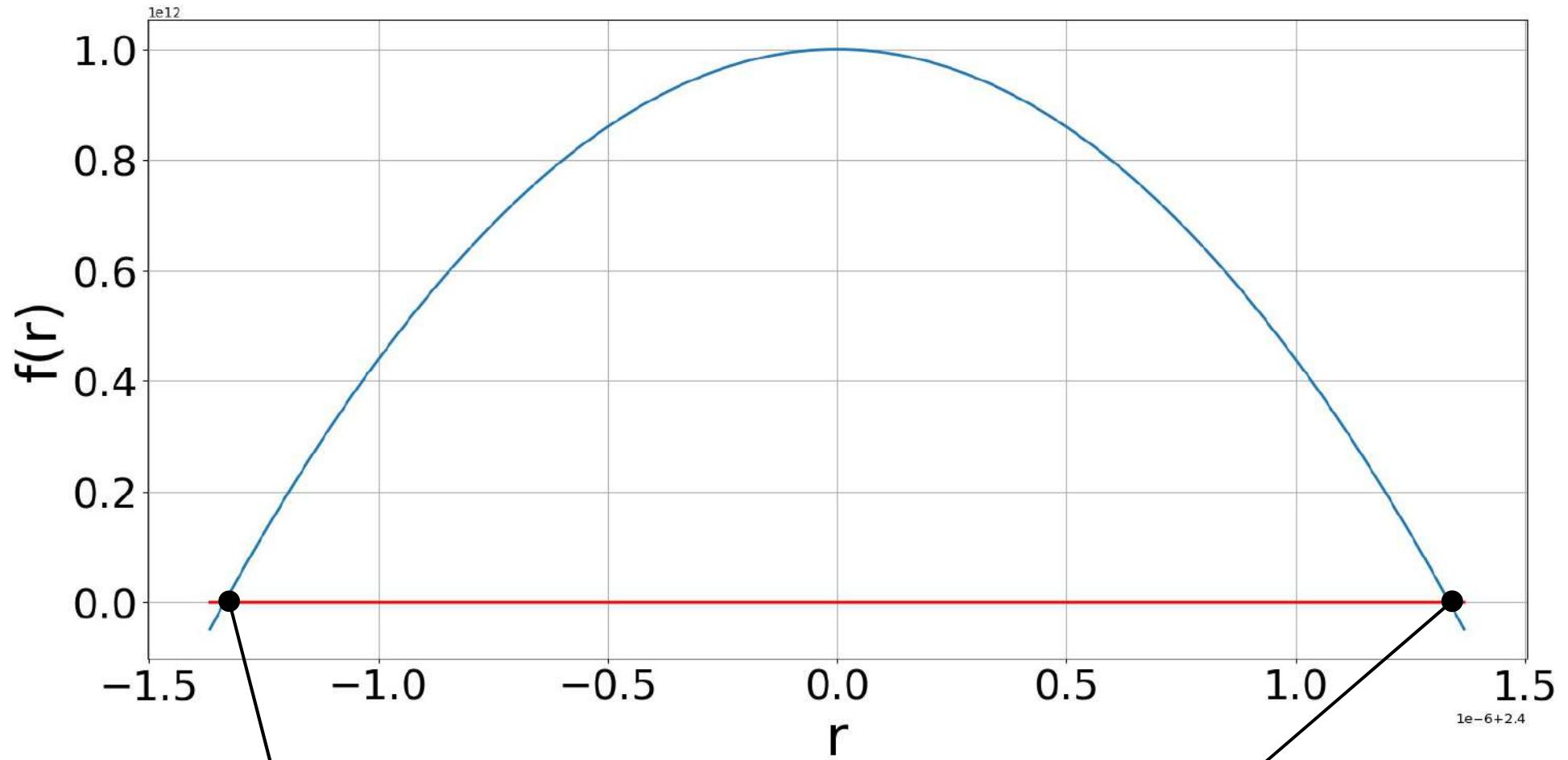
$$\left\langle \frac{1}{2}mv^2 \right\rangle = \frac{3k_B T}{2} \iff \langle v \rangle = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$$

$$T = 293 \text{ K} \Rightarrow v = 1,2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

$$T = 10^6 \text{ K} \Rightarrow v = 6,5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$T = 150 \cdot 10^6 \text{ K} \Rightarrow v = 8 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

$$\dot{r}^2 = 2v_0^2 - \frac{(Rv_0)^2}{r^2} - \beta^2 \ln \frac{r^2}{R} = f(r)$$



$$R_1 = 2.399999$$

$$R_2 = 2.400001$$

Mise en place d'une procédure numérique pour résoudre par approximation des équations différentielles du premier ordre avec une condition initiale

On pose: $s = \dot{r}$

$$Y = \begin{pmatrix} r \\ s \\ \theta \\ z \end{pmatrix} \quad Y_0 = \begin{pmatrix} R \\ v_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\dot{Y} = \begin{pmatrix} \dot{r} \\ \dot{s} \\ \dot{\theta} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ \frac{(Rv_0)^2}{r^3} - \frac{\beta^2}{r} \ln \frac{r}{R} \\ \frac{Rv_0}{r^2} \\ \beta \ln \frac{r}{R} \end{pmatrix} = g(Y)$$

Discrétisation du temps: $Y_{n+1} = Y_n + \tau g(Y_n)$

$$\frac{Y_{n+1} - Y_n}{\tau} \approx \dot{Y}(t_n)$$

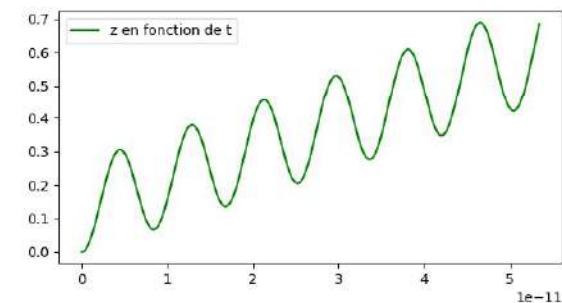
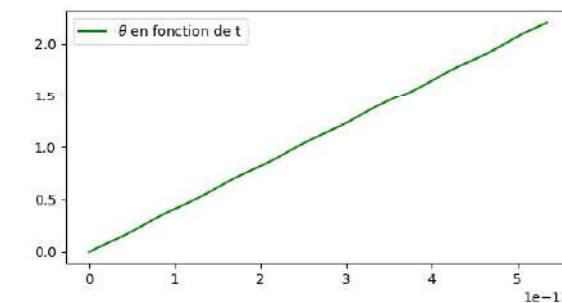
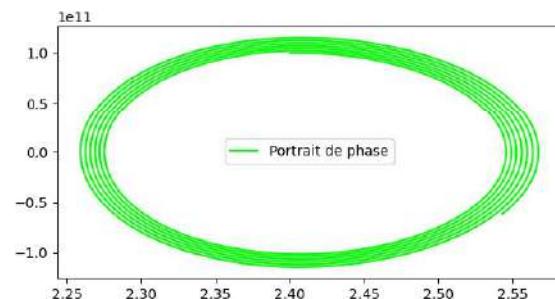
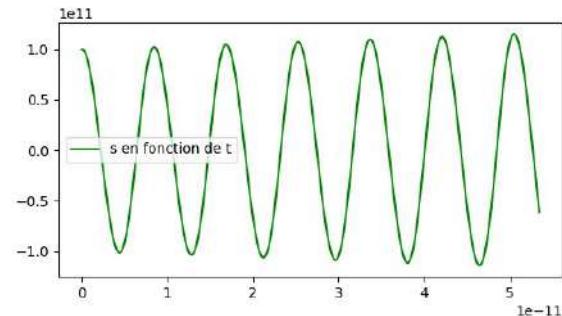
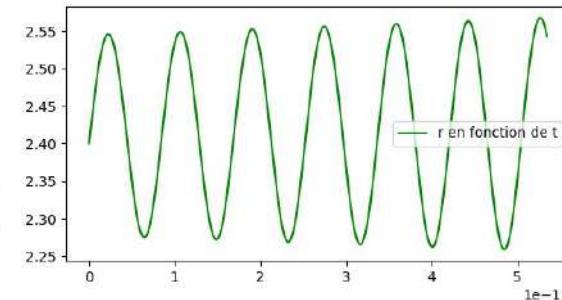
$$\begin{cases} r_0 = R \\ s_0 = v_0 \\ \theta_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} r_{n+1} = r_n + \tau s_n \\ s_{n+1} = s_n + \tau \left(\frac{(Rv_0)^2}{r^3} - \frac{\beta^2}{r} \ln \frac{r}{R} \right) \\ \theta_{n+1} = \theta_n + \tau \frac{Rv_0}{r^2} \\ z_{n+1} = z_n + \tau \beta \ln \frac{r}{R} \end{cases}}$$

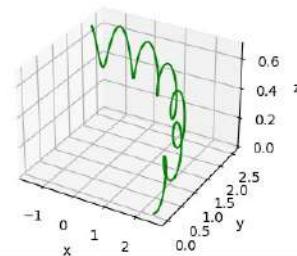
Résultats Obtenus avec la Méthode d'Euler

Méthode d'Euler

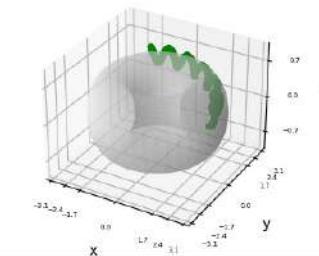
	Valeur Numérique	Unité
Grand rayon R	2.4	m
Petit rayon p	0.7	m
Intensité courant bobines I	1400	A
Nombre de Bobines	36504	
Charge particule q	1.6000000000000e-19	C
Masse particule m	9.1e-31	kg
Constante β	179712000000.0	
Vitesse initiale particule	100000000000	m/s
Coordonnées initiales de la particule	(2.4, 0, 0)	(m, rad, m)
Intervalle de temps maximal	100	
Pas utilisé dans la méthode d'Euler	1e-14	
Collision au bout de	4350	étapes
Collision au bout de	4.35e-11	s



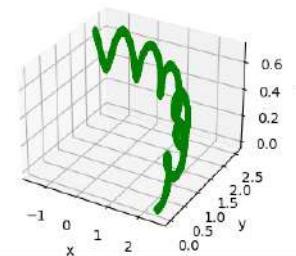
Trajectoire d'un Elétron



Tore



Positions de la particule

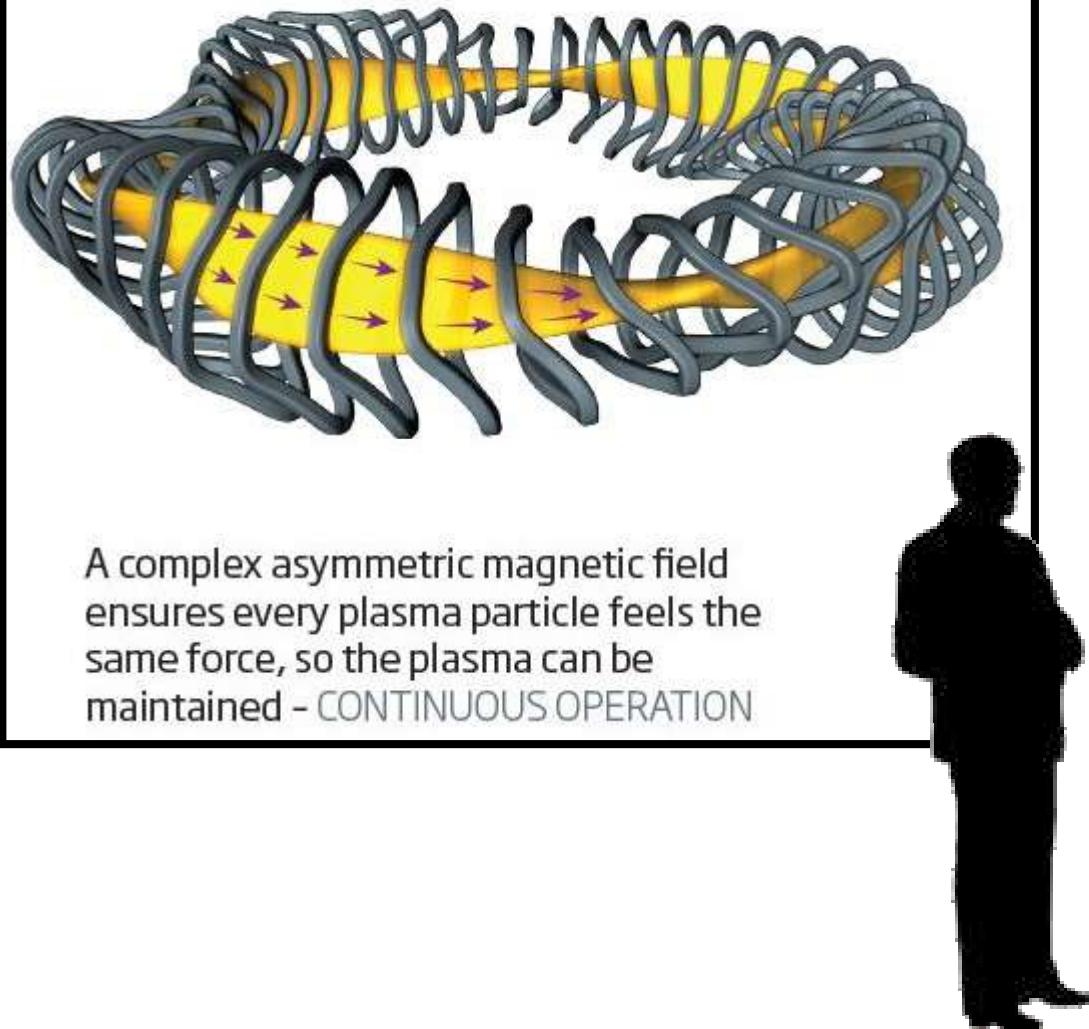


x=5.12e-11 y=2.492



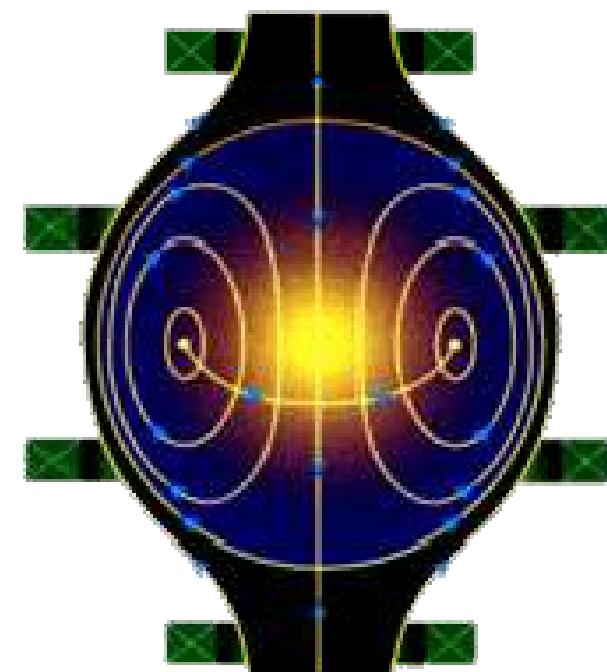
Autres systèmes de confinement magnétique:

Stellarator



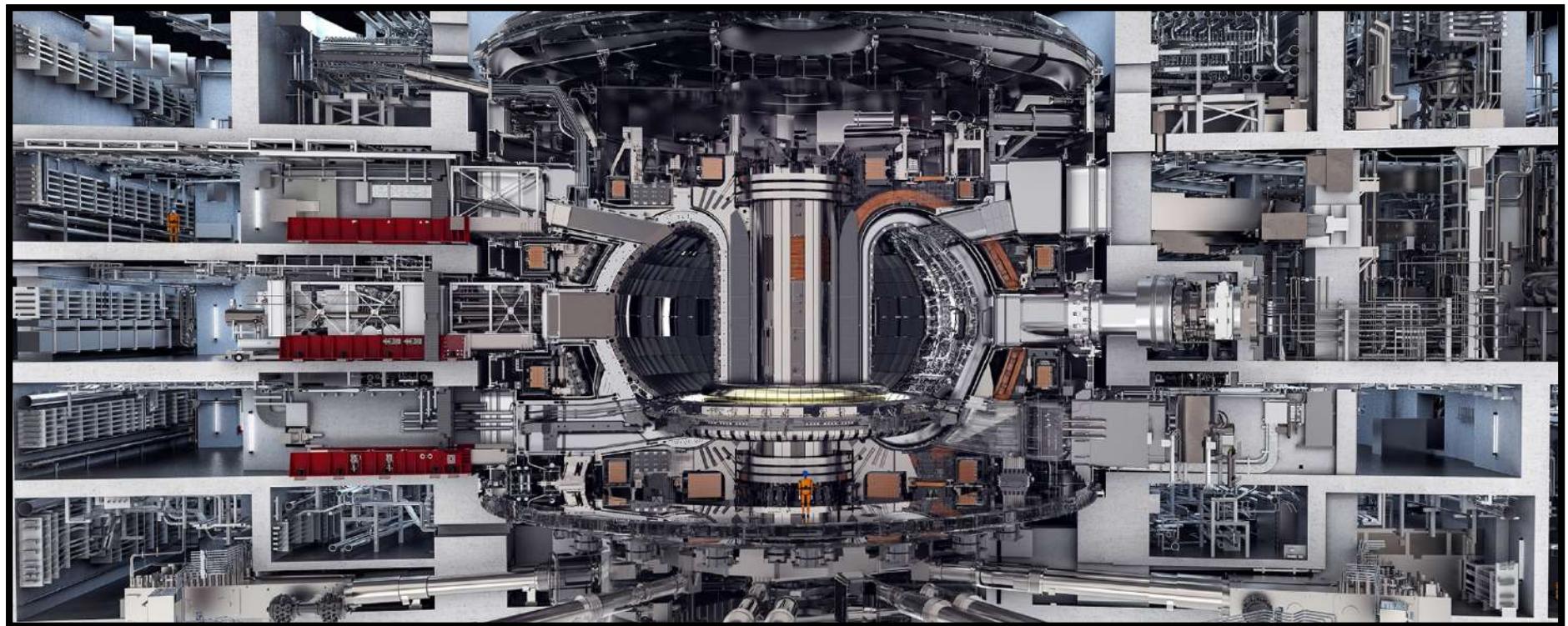
Source: @newscientist - twitter.com

Spheromak



84
Source: iterru.ru

Programmes Python



```

001 ## TIPE:
002
003 ## Modules et Constantes:
004
005 import matplotlib.pyplot as plt
006 from math import *
007 import numpy as np
008 from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d
009 import copy as c
010
011 class color:
012     PURPLE = '\033[95m'
013     CYAN = '\033[96m'
014     DARKCYAN = '\033[36m'
015     BLUE = '\033[94m'
016     GREEN = '\033[92m'
017     YELLOW = '\033[93m'
018     RED = '\033[91m'
019     BOLD = '\033[1m' # Euler
020     UNDERLINE = '\033[4m'
021     END = '\033[0m'
022
023 #Paramètres tokamak:
024 R=2.40 #Grand rayon du tore
025 rho=0.7 #Rayon du tore
026 I=1400 #Intensité du courant dans les bobines
027 N=18*2028 #Nombre de spires
028 #print(N)
029
030 #Constantes physiques:
031 q=1.6*(10)**-19 #Charge élémentaire
032 mu=4*pi*10**-7 #Perméabilité du vide
033 m=9.1*10**-31 #Masse e-
034
035 B=(q*mu*N*I)/(2*pi*m)
036 #print(B)
037
038 #Conditions Initiales:
039 #v0=10**11
040 #v0=1.3*10**4 #Conservation de la quantité de mouvement
041 #v0=10**7
042 #v0=8*10**7 #D'après Thermodynamique (T=150*10**6K)
043 v0=10**6
044 t0=0
045 r0=R
046 theta0=0
047 z0=0
048
049 #Paramètres de résolution:
050 h=10**-14 #Pas utilisé dans les méthodes d'Euler et de Heun
051 Tmax=10**-10 #Durée maximale de résolution pour les méthodes d'Euler et de Heun
052
053 p_graphe=10**-3
054 p_dicho=10**-10
055
056 ## Fonction f:
057
058 def f(r):
059     #fonction f issue du syst.
060     return 2*(v0**2)-((R*v0)**2/(r**2))-(B*log(r/R))**2
061
062 def fonction_test(x):
063     #une fonction affine pour effectuer des tests
064     return(2*x-1)
065
066 def dichotomie(f,r1,r2,p):
067     #Prend en argument une fonction f, un intervalle [r1,r2] et une précision et détermine le point où s'annule avec la précision p
068     while r2-r1>p:
069         m=(r1+r2)*0.5
070         if f(m)*f(r1)<0:
071             r2=m
072         else:
073             r1=m
074     return((r1+r2)*0.5)
075
076 def valeurs_negatives(f,R):
077     #Prend en argument une fonction f et R et détermine deux valeurs à gauche et à droite de R pour lesquelles la fonction f est négative
078     x1,x2=R,R
079     while f(x1)>0:
080         x1=x1/2
081     while f(x2)>0:
082         x2=2*x2
083     x1=x1/2
084     x2=2*x2
085     return(x1,x2)

```

```

086|
087| def zone_tore(f,R,p):
088|     #Prend en argument une fonction f, le grand rayon du tore R et une "précision" p et détermine
089|     #l'intervalle de r que peut atteindre la particule
090|     x1i,x2i=valeurs_negatives(f,R)
091|     x1=dichotomie(f,x1i,R,p)
092|     x2=dichotomie(f,R,x2i,p)
093|     return(x1,x2)
094|
095| def graphe_f(x1,x2,p):
096|     #Trace la courbe de f entre x1 et x2 avec un pas p
097|     X=np.arange(x1,x2,p)
098|     Y=[]
099|     Z=[0 for i in range(len(X))]
100|     for i in X:
101|         Y.append(f(i))
102|     plt.figure("Graphe de f")
103|     plt.plot(X,Y, linewidth=2)
104|     plt.xlabel("r", fontsize=40)
105|     plt.ylabel("f(r)", fontsize=40)
106|     plt.xticks(fontsize=30)
107|     plt.yticks(fontsize=30)
108|     plt.grid(True)
109|     plt.tight_layout()
110|     plt.show()
111|
112| print(valeurs_negatives(f,R))
113| print(zone_tore(f,R,p_dicho))
114| x1,x2=valeurs_negatives(f,R)
115| x1p,x2p=zone_tore(f,R,p_dicho)
116|
117| graphe_f(x1p-10**-7.5,x2p+10**-7.5,p_dicho)
118|
119| etude_de_f=plt.figure("Etude de f", figsize = (16, 9))
120| plt.gcf().subplots_adjust(left = 0.25, bottom = 0.1,right = 0.95, top = 0.93, wspace = 0.4, hspace = 0.4)
121|
122| ax = etude_de_f.add_subplot(1, 2, 1) #Table
123| data=[[R, "m"],
124|        [rho, "m"],
125|        [I, "A"],
126|        [N, ""],
127|        [q, "C"],
128|        [m, "kg"],
129|        [B, ""],
130|        [v0, "m/s"],
131|        [(r0,theta0,z0), "(m, rad, m)"],
132|        [ "", "" ],
133|        [(x1,x2), ""],
134|        [dichotomie(f,x1,R,p_dicho), ""],
135|        [dichotomie(f,R,x2,p_dicho), ""],
136|        [p_dicho, ""]
137|       ]
138| column_labels=["Valeur Numérique", "Unité"]
139| row_labels=[ "Grand rayon R", "Petit rayon p", "Intensité courant bobines I", "Nombre de Bobines", "Charge
particule q", "Masse particule m", "Constante $\beta$","Vitesse initiale de la particule", "Coordonnées
initiales de la particule", "", "Intervalle d'étude", "R1 (premier point d'annulation de f)", "R2 (deuxième point
d'annulation de f)", "Précision"]
140| plt.axis('tight')
141| plt.axis('off')
142| plt.table(cellText=data,colLabels=column_labels,rowLabels=row_labels,loc="center")
143|
144| ax = etude_de_f.add_subplot(1, 2, 2)
145| X=np.arange(x1,x2,p_graphe)
146| Y=[]
147| for i in X:
148|     Y.append(f(i))
149| plt.plot(X,Y)
150| plt.grid(True)
151| plt.xlabel("r", fontsize=30)
152| plt.ylabel("f(r)", fontsize=30)
153| plt.xticks(fontsize=20)
154| plt.yticks(fontsize=20)
155| plt.show()
156|
157| ## Résolution du Système:
158|
159| ## Fonctions utiles:
160|
161| def est_dans_tore(r,z,p,R):
162|     #vérifie si le point de coord. (r,z) est dans le tore de grand rayon R et de petit rayon p
163|     if (r-R)**2+z**2 <= p**2:
164|         return True
165|     else:
166|         return False
167|
168| def mult_pol_cart(r,theta):

```

```

169|     #converti coordonnées cylindriques en coordonnées cartésiennes
170|     x=r*cos(theta)
171|     y=r*sin(theta)
172|     return(x,y) # Faible précision
173|
174| def mult_l_pol_cart(R_list,THETA,Z,T):
175|     #Prend en argument les listes utiles pour la méthode d'euler et renvoie 3 listes contenant les
176|     # coordonnées cartésiennes (liste 1 -> x, liste 2 -> y, liste 3 -> z)
177|     X,Y=[], []
178|     for i in range(len(T)):
179|         x,y=mult_pol_cart(R_list[i],THETA[i])
180|         X.append(x)
181|         Y.append(y)
182|     return(X,Y,Z)
183|
184| ## Méthode d'Euler:
185| R_Euler,S_Euler,THETA_Euler,Z_Euler,T_Euler=[r0],[v0],[theta0],[z0],[t0] #Initialisation des listes de
186| valeur
187| r,s,theta,z,t=r0,v0,theta0,z0,t0 #Initialisation des variables
188|
189| def f_s(r):
190|     return (((R*v0)**2)/r**3)-(B**2)*(log(r/R)/r)
191|
192| def f_theta(r):
193|     return (R*v0)/(r**2)
194|
195| def f_z(r):
196|     return B*log(r/R)
197|
198| i=0
199|
200| while (t<=Tmax) and (est_dans_tore(r,z,rho,R)):
201|     print(est_dans_tore(r,z,rho,R))
202|     r, s, theta, z, t = r+h*s, s+h*f_s(r), theta+h*f_theta(r), z+h*f_z(r),t+h
203|     i+=1
204|     print(color.BOLD + str(i) + color.END,"\\n",r,s,theta,z,t,"\\n")
205|     R_Euler.append(r)
206|     S_Euler.append(s)
207|     THETA_Euler.append(theta)
208|     Z_Euler.append(z)
209|     T_Euler.append(t)
210|
211| ## Visualisation des résultats obtenus avec la méthode d'Euler:
212|
213| ## r(t):
214| plt.figure()
215| plt.plot(T_Euler,R_Euler,color="green")
216| plt.xlabel("t",fontsize=30)
217| plt.ylabel("r(t)",fontsize=30)
218| plt.xticks(fontsize=20)
219| plt.yticks(fontsize=20)
220| plt.tight_layout()
221| plt.show()
222|
223| ## z(t):
224| plt.figure()
225| plt.plot(T_Euler,Z_Euler,color="green")
226| plt.xlabel("t",fontsize=30)
227| plt.ylabel("z(t)",fontsize=30)
228| plt.xticks(fontsize=20)
229| plt.yticks(fontsize=20)
230| plt.tight_layout()
231| plt.show()
232|
233| ## Général:
234| X,Y,Z=mult_l_pol_cart(R_Euler,THETA_Euler,Z_Euler,T_Euler)
235|
236| euler1=plt.figure("Méthode d'Euler ",figsize = (16, 9))
237| plt.gcf().subplots_adjust(left = 0.1, bottom = 0.1,right = 0.98, top = 0.98, wspace = 0.4, hspace = 0.4)
238|
239| ax = euler1.add_subplot(3, 3, 1) #Table
240| data=[[R,"m"],
241|        [rho,"m"],
242|        [I,"A"],
243|        [N,""],
244|        [q,"C"],
245|        [m,"kg"],
246|        [B,""],
247|        [v0,"m/s"],
248|        [(r0,theta0,z0),"("m, rad, m")"],
249|        [Tmax,""],
250|        [h,""],
251|        [i,"étapes"],
252|        [i*h,"s"]
253| ]

```

```

254| column_labels=["Valeur Numérique","Unité"]
255| row_labels=[ "Grand rayon R","Petit rayon p","Intensité courant bobines I","Nombre de Bobines","Charge
particule q", "Masse particule m",r"Constante $\beta$","Vitesse initiale particule","Coordonnée initiales de la
particule","Intervalle de temps maximal","Pas utilisé dans la méthode d'Euler","Collision au bout
de","Collision au bout de"]
256| plt.axis('tight')
257| plt.axis('off')
258| plt.table(cellText=data,colLabels=column_labels,rowLabels=row_labels,loc="center")
259|
260| ax = euler1.add_subplot(3, 3, 2)
261| plt.plot(T_Euler,R_Euler,label="r en fonction de t",color="green")
262| plt.legend()
263|
264| ax = euler1.add_subplot(3, 3, 3)
265| plt.plot(T_Euler,S_Euler,label="s en fonction de t",color="green")
266| plt.legend()
267|
268| ax = euler1.add_subplot(3, 3, 4) #Portrait de phase
269| plt.plot(R_Euler,S_Euler,label="Portrait de phase",color="lime")
270| plt.legend()
271|
272| ax = euler1.add_subplot(3, 3, 5)
273| plt.plot(T_Euler,THETA_Euler,label=r"$\theta$ en fonction de t",color="green")
274| plt.legend()
275|
276| ax=euler1.add_subplot(3,3,6)
277| plt.plot(T_Euler,Z_Euler,label="z en fonction de t",color="green")
278| plt.legend()
279|
280| ax=euler1.add_subplot(3,3,7, projection='3d') #Trajectoire
281|
282| ax.plot(X, Y, Z, label='Courbe',color="green")
283| plt.title("Trajectoire d'un Électрон")
284| ax.set_xlabel('x')
285| ax.set_ylabel('y')
286| ax.set_zlabel('z')
287| plt.tight_layout()
288|
289| ax=euler1.add_subplot(3,3,8, projection='3d') #Tore
290| (theta, phi) = np.meshgrid(np.linspace(0, 2 * np.pi, 41),
291|                           np.linspace(0, 2 * np.pi, 41))
292|
293| x = (1.9 + np.cos(phi)) * np.cos(theta)
294| y = (1.9 + np.cos(phi)) * np.sin(theta)
295| z = 0.7*np.sin(phi)
296|
297| dplot = ax.plot_surface(x,y,z,color='whitesmoke' ,alpha=0.5)
298| ax.set(xlabel='x',
299|         ylabel='y',
300|         zlabel='z',
301|         xlim = [-3.2, 3.2],
302|         ylim = [-3.2, 3.2],
303|         zlim = [-1, 1],
304|         xticks = [-3.1,-2.4,-1.7,0,1.7,2.4,3.1],
305|         yticks = [-3.1,-2.4,-1.7,0,1.7,2.4,3.1],
306|         zticks = [-0.7, 0, 0.7],
307|         title='Tore')
308| for t in ax.xaxis.get_major_ticks(): t.label.set_fontsize(5)
309| for t in ax.yaxis.get_major_ticks(): t.label.set_fontsize(5)
310| for t in ax.zaxis.get_major_ticks(): t.label.set_fontsize(5)
311| ax.scatter(X, Y, Z, marker='p',color="green") # Tracé des points 3D
312|
313| ax=euler1.add_subplot(3,3,9, projection='3d')
314| ax.scatter(X, Y, Z, marker='d',color="green") # Tracé des points 3D
315| plt.title("Positions de la particule")
316| ax.set_xlabel('x')
317| ax.set_ylabel('y')
318| ax.set_zlabel('z')
319| plt.tight_layout()
320|
321| plt.show()
322|
323| ## Trajectoire:
324| traj = plt.figure()
325| X,Y,Z=mult_l_pol_cart(R_list,THETA,Z,T)
326| ax = traj.gca(projection='3d') # Affichage en 3D
327| ax.plot(X, Y, Z, label='Courbe') # Tracé de la courbe 3D
328| plt.title("Trajectoire d'un Électron")
329| ax.set_xlabel('x')
330| ax.set_ylabel('y')
331| ax.set_zlabel('z')
332| plt.tight_layout()
333| plt.show()
334|
335| ## Tore:
336| X,Y,Z=mult_l_pol_cart(R_Euler,THETA_Euler,Z_Euler,T_Euler)
337| tore = plt.figure("Tore",clear=True)

```

```

338| ax = tore.add_subplot(1, 1, 1, projection='3d')
339|
340| (theta, phi) = np.meshgrid(np.linspace(0, 2 * np.pi, 41),
341|                           np.linspace(0, 2 * np.pi, 41))
342|
343| x = (1.9 + np.cos(phi)) * np.cos(theta)
344| y = (1.9 + np.cos(phi)) * np.sin(theta)
345| z = 0.7*np.sin(phi)
346|
347| dplot = ax.plot_surface(x,y,z,color='whitesmoke' ,alpha=0.5)
348| ax.set(xlabel='x',
349|         ylabel='y',
350|         zlabel='z',
351|         xlim = [-3.2, 3.2],
352|         ylim = [-3.2, 3.2],
353|         zlim = [-1, 1],
354|         xticks = [-3.1,-2.4,-1.7,0,1.7,2.4,3.1],
355|         yticks = [-3.1,-2.4,-1.7,0,1.7,2.4,3.1],
356|         zticks = [-0.7, 0, 0.7],
357|         title='Tore')
358| ax.scatter(X, Y, Z, marker='p')
359| tore.tight_layout()
360| plt.show()
361| ##
362| for angle in range(0, 360):
363|     ax.view_init(angle, angle)
364|     plt.draw()
365|     plt.pause(.001)
366|
367| ## Méthode de Heun:
368|
369| def f_s(r):
370|     return (((R*v0)**2)/r**3)-(B**2)*(log(r/R)/r)
371|
372| def f_theta(r):
373|     return (R*v0)/(r**2)
374|
375| def f_z(r):
376|     return B*log(r/R)
377|
378| r1,s1,theta1,z1=r0,v0,theta0,z0 #Initialisation des variables
379|
380| r,s,theta,z,t=r0,v0,theta0,z0,t0 #Initialisation des variables
381|
382| R_Heun,S_Heun,THETA_Heun,Z_Heun,T_Heun=[r0],[v0],[theta0],[z0],[t0] #Initialisation des listes de valeur
383|
384| i=0
385|
386| while (t<=Tmax) and (est_dans_tore(r,z,rho,R)):
387|     #Méthode d'Euler pour approximation:
388|     print(est_dans_tore(r,z,rho,R))
389|     r1, s1, theta1, z1= r1+h*s1, s1+h*f_s(r1), theta1+h*f_theta(r1), z1+h*f_z(r1)
390|
391|     #Méthode de Heun:
392|     r, s, theta, z, t = r+h*(s+s1)/2, s+h*(f_s(r)+f_s(r1))/2, theta+h*(f_theta(r)+f_theta(r1))/2,
393|     z+h*(f_z(r)+f_z(r1))/2, t+h
394|     i+=1
395|     print(i," \n",r,s,theta,z,t," \n")
396|     R_Heun.append(r)
397|     S_Heun.append(s)
398|     THETA_Heun.append(theta)
399|     Z_Heun.append(z)
400|     T_Heun.append(t)
401|
402| ## Visualisation des résultats obtenus avec la méthode de Heun:
403|
404| ## r(t):
405| plt.figure()
406| plt.plot(T_Heun,R_Heun,color="darkorange")
407| plt.xlabel("t",fontsize=30)
408| plt.ylabel("r(t)",fontsize=30)
409| plt.xticks(fontsize=20)
410| plt.yticks(fontsize=20)
411| plt.tight_layout()
412| plt.show()
413|
414| ## z(t):
415| plt.figure()
416| plt.plot(T_Heun,Z_Heun,color="darkorange")
417| plt.xlabel("t",fontsize=30)
418| plt.ylabel("z(t)",fontsize=30)
419| plt.xticks(fontsize=20)
420| plt.yticks(fontsize=20)
421| plt.tight_layout()
422| plt.show()
423| ## Comparaison Euler/Heun -> r(t):

```

```

424| plt.figure()
425| plt.plot(T_Euler,R_Euler,label="Euler",color="green")
426| plt.plot(T_Heun,R_Heun,"--",label="Heun",color="darkorange")
427| plt.xlabel("t",fontsize=30)
428| plt.ylabel("r(t)",fontsize=30)
429| plt.xticks(fontsize=20)
430| plt.yticks(fontsize=20)
431| plt.legend(loc="right")
432| plt.tight_layout()
433| plt.show()
434|
435| ## Comparaison Euler/Heun -> z(t):
436| plt.figure()
437| plt.plot(T_Euler,Z_Euler,label="Euler",color="green")
438| plt.plot(T_Heun,Z_Heun,"--",label="Heun",color="darkorange")
439| plt.xlabel("t",fontsize=30)
440| plt.ylabel("z(t)",fontsize=30)
441| plt.xticks(fontsize=20)
442| plt.yticks(fontsize=20)
443| plt.tight_layout()
444| plt.legend(loc="right")
445| plt.show()
446|
447| ## Comparaison Euler/Heun -> r(t) (zoom):
448| i=4350
449| j=4450
450| echantillon_Euler=R_Euler[i:j]
451| echantillon_Euler_T=T_Euler[i:j]
452| echantillon_Heun=R_Heun[i:j]
453| echantillon_Heun_T=T_Heun[i:j]
454|
455| plt.figure()
456| plt.plot(echantillon_Euler_T,echantillon_Euler,label="Euler",color="green")
457| plt.plot(echantillon_Heun_T,echantillon_Heun,label="Heun",color="darkorange")
458| plt.xlabel("t",fontsize=30)
459| plt.ylabel("r(t)",fontsize=30)
460| plt.xticks(fontsize=20)
461| plt.yticks(fontsize=20)
462| plt.legend(loc="right")
463| plt.tight_layout()
464| plt.show()
465|
466| ## Général:
467| X,Y,Z=mult_l_pol_cart(R_Heun,THETA_Heun,Z_Heun,T_Heun)
468|
469| heun=plt.figure("Méthode de Heun",figsize = (16, 9))
470| #plt.title("Méthode d'Euler 1")
471| plt.gcf().subplots_adjust(left = 0.1, bottom = 0.1,right = 0.98, top = 0.98, wspace = 0.4, hspace = 0.4)
472|
473|
474| ax = heun.add_subplot(3, 3, 1) #Table
475| data=[[R,"m"],
476|        [rho,"m"],
477|        [I,"A"],
478|        [N,""],
479|        [q,"C"],
480|        [m,"kg"],
481|        [B,""],
482|        [v0,"m/s"],
483|        [(r0,theta0,z0),(m, rad, m)],
484|        [Tmax,""],
485|        [h,""],
486|        [i,"étapes"],
487|        [i*h,"s"]
488|        ]]
489| column_labels=["Valeur Numérique","Unité"]
490| row_labels=[ "Grand rayon R","Petit rayon p","Intensité courant bobines I","Nombre de Bobines","Charge
particule q","Masse particule m",r"Constante $\beta$","Vitesse initiale particule","Coordonnée initiales
particules","Intervalle de temps maximal","Pas utilisé dans la méthode d'Euler","Collision au bout
de","Collision au bout de"]
491| plt.axis('tight')
492| plt.axis('off')
493| plt.table(cellText=data,colLabels=column_labels,rowLabels=row_labels,loc="center")
494|
495| ax = heun.add_subplot(3, 3, 2)
496| plt.plot(T_Heun,R_Heun,label="r en fonction de t",color="darkorange")
497| plt.legend()
498|
499| ax = heun.add_subplot(3, 3, 3)
500| plt.plot(T_Heun,S_Heun,label="s en fonction de t",color="darkorange")
501| plt.legend()
502|
503| ax = heun.add_subplot(3, 3, 4) #Portrait de phase
504| plt.plot(R_Heun,S_Heun,label="Portrait de phase",color="yellow")
505| plt.legend()
506|
507| ax = heun.add_subplot(3, 3, 5)

```

```

508| plt.plot(T_Heun,THETA_Heun,label=r"$\theta$ en fonction de t",color="darkorange")
509| plt.legend()
510|
511| ax=heun.add_subplot(3,3,6)
512| plt.plot(T_Heun,Z_Heun,label="z en fonction de t",color="darkorange")
513| plt.legend()
514|
515| ax=heun.add_subplot(3,3,7, projection='3d') #Trajectoire
516|
517| ax.plot(X, Y, Z, label='Courbe',color="darkorange")
518| plt.title("Trajectoire d'un Électron")
519| ax.set_xlabel('x')
520| ax.set_ylabel('y')
521| ax.set_zlabel('z')
522| plt.tight_layout()
523|
524| ax=heun.add_subplot(3,3,8, projection='3d') #Tore
525| (theta, phi) = np.meshgrid(np.linspace(0, 2 * np.pi, 41),
526|                           np.linspace(0, 2 * np.pi, 41))
527|
528| x = (1.9 + np.cos(phi)) * np.cos(theta)
529| y = (1.9 + np.cos(phi)) * np.sin(theta)
530| z = 0.7*np.sin(phi)
531|
532| dplot = ax.plot_surface(x,y,z,color='whitesmoke' ,alpha=0.5)
533| ax.set(xlabel='x',
534|        ylabel='y',
535|        zlabel='z',
536|        xlim = [-3.2, 3.2],
537|        ylim = [-3.2, 3.2],
538|        zlim = [-1, 1],
539|        xticks = [-3.1,-2.4,-1.7,0,1.7,2.4,3.1],
540|        yticks = [-3.1,-2.4,-1.7,0,1.7,2.4,3.1],
541|        zticks = [-0.7, 0, 0.7],
542|        title='Tore')
543| for t in ax.xaxis.get_major_ticks(): t.label.set_fontsize(5)
544| for t in ax.yaxis.get_major_ticks(): t.label.set_fontsize(5)
545| for t in ax.zaxis.get_major_ticks(): t.label.set_fontsize(5)
546| ax.scatter(X, Y, Z, marker='o',color="darkorange") # Tracé des points 3D
547|
548| ax=heun.add_subplot(3,3,9, projection='3d')
549| ax.scatter(X, Y, Z, marker='d',color="darkorange") # Tracé des points 3D
550| plt.title("Positions de la particule")
551| ax.set_xlabel('x')
552| ax.set_ylabel('y')
553| ax.set_zlabel('z')
554| plt.tight_layout()
555|
556| plt.show()
557|
558| ## Méthode utilisant le module Scipy:
559|
560| def instant_collision(dans_tore):
561|     i=0
562|     intervalle_temp=T_calcul/nbr_points
563|     for i in range(len(dans_tore)):
564|         if dans_tore[i]<=0:
565|             return(i,i*intervalle_temp)
566|     return("pas de sortie de tore","pas de sortie de tore")
567|
568|
569| def f_s(r):
570|     return (((R*v0)**2)/r**3)-(B**2)*(log(r/R)/r)
571|
572| def f_theta(r):
573|     return (R*v0)/(r**2)
574|
575| def f_z(r):
576|     return B*log(r/R)
577|
578| def dY(Y,t):
579|     r,s,theta,z=Y
580|     dYdt=[s,f_s(r),f_theta(r),f_z(r)]
581|     return dYdt
582|
583| Y0=[r0,v0,theta0,z0] #CI
584|
585| T_calcul=10**-10
586| nbr_points=10000
587| t=np.linspace(0,T_calcul,nbr_points)
588|
589| from scipy.integrate import odeint
590| sol = odeint(dY,Y0,t)
591| #sol = odeint(dY,Y0,t, mxstep=50000000)
592|
593| dans_tore=[rho**2 -(sol[i,0]-R)**2-sol[i,3]**2 for i in range(len(sol))]
594| Indice_collision,T_collision=instant_collision(dans_tore)

```

```

595| print(Indice_collision,T_collision)
596|
597| ## Visualisation des résultats obtenus avec la méthode Scipy:
598|
599| ## Général:
600| solg=plt.figure("Méthode scipy",figsize = (16, 9))
601| plt.gcf().subplots_adjust(left = 0.13, bottom = 0.1,right = 0.98, top = 0.95, wspace = 0.2, hspace = 0.4)
602|
603| ax = solg.add_subplot(3, 3, 1) #Table
604| data=[[R,"m"],  

605|        [rho,"m"],  

606|        [I,"A"],  

607|        [N,""],  

608|        [q,"C"],  

609|        [m,"kg"],  

610|        [B,""],  

611|        [v0,"m/s"],  

612|        [(r0,theta0,z0),"(m, rad, m)"],  

613|        [T_calcul,"s"],  

614|        [T_collision,"s"]  

615|        ]  

616| column_labels=["Valeur Numérique","Unité"]
617| row_labels=["Grand rayon R","Petit rayon p","Intensité courant bobines I","Nombre de Bobines","Charge particule q","Masse particule m",r"Constante $\beta$","Vitesse initiale particule","Coordonnée initiales particules","Intervalle de temps de calcul","Sortie de tore"]
618| plt.axis('tight')
619| plt.axis('off')
620| plt.table(cellText=data,colLabels=column_labels,rowLabels=row_labels,loc="center")
621|
622| ax = solg.add_subplot(3, 3, 2)
623| plt.plot(t,sol[:,0],label="r en fonction de t")
624| plt.legend()
625|
626| ax = solg.add_subplot(3, 3, 3)
627| plt.plot(t,sol[:,1],label="s en fonction de t")
628| plt.legend()
629|
630| ax = solg.add_subplot(3, 3, 4) #Portrait de phase
631| plt.plot(sol[:,0],sol[:,1],label="Portrait de phase",color="lightblue")
632| plt.legend()
633|
634| ax = solg.add_subplot(3, 3, 5)
635| plt.plot(t,sol[:,2],label=r"$\theta$ en fonction de t")
636| plt.legend()
637|
638| ax=solg.add_subplot(3,3,6)
639| plt.plot(t,sol[:,3],label="z en fonction de t")
640| plt.legend()
641|
642| ax=solg.add_subplot(3,3,8)
643| plt.plot(t,dans_tore,label="positif<=>particule dans le tore")
644| plt.yticks([0])
645| plt.grid()
646|
647| plt.show()
648|
649| ## r(t):
650| plt.figure()
651| plt.plot(t, sol[:, 0], label='r(t)')
652| plt.legend(loc='best')
653| plt.xlabel('t', fontsize=30)
654| plt.ylabel('r(t)', fontsize=30)
655| plt.xticks(fontsize=20)
656| plt.yticks(fontsize=20)
657| plt.tight_layout()
658| plt.show()
659|
660| ## r(t) (avec horizontales):
661| x1p,x2p=zone_tore(f,R,p_dicho)
662| print(x1p,x2p)
663|
664| plt.figure()
665| Y1=[x1p for i in range(len(sol[:, 0]))]
666| Y2=[x2p for i in range(len(sol[:, 0]))]
667| plt.plot(t, sol[:, 0], label='r(t)')
668| plt.plot(t,Y1,"red")
669| plt.plot(t,Y2,"red")
670| plt.legend(loc='best')
671| plt.xlabel('t', fontsize=30)
672| plt.ylabel('r(t)', fontsize=30)
673| plt.xticks(fontsize=20)
674| plt.yticks(fontsize=20)
675| plt.tight_layout()
676| plt.show()
677|
678| ## z(t):
679| plt.figure()

```

```

680| plt.plot(t, sol[:, 3], label='z(t)')
681| plt.legend(loc='best')
682| plt.xlabel('t', fontsize=30)
683| plt.ylabel('z(t)', fontsize=30)
684| plt.xticks(fontsize=20)
685| plt.yticks(fontsize=20)
686| plt.tight_layout()
687| plt.show()
688|
689| ## Comparaison méthode Euler/Scipy:
690| plt.figure()
691| plt.plot(t, sol[:, 0], label='Scipy', linewidth=2.2)
692| plt.plot(T_Euler,R_Euler,label="Euler", linewidth=1, color="green")
693| plt.legend(loc='best')
694| plt.xlim(0,0.6*10**-10)
695| plt.xlabel('t', fontsize=30)
696| plt.ylabel('r(t)', fontsize=30)
697| plt.xticks(fontsize=20)
698| plt.yticks(fontsize=20)
699| plt.tight_layout()
700| plt.show()
701|
702| ## Négatif <=> Sortie du tore:
703|
704| plt.figure()
705| tore=[rho**2 -(sol[i,0]-R)**2-sol[i,3]**2 for i in range(len(sol))]
706|
707| plt.plot(t,tore)
708| plt.xticks(fontsize=20)
709| plt.yticks([0],fontsize=20)
710| plt.grid()
711| plt.tight_layout()
712| plt.show()
713|
714| ##Négatif <=> Sortie du tore (réduit):
715| plt.figure()
716| plt.plot(t,dans_tore,label="positif<=>particule dans le tore")
717| plt.plot([T_collision for i in range(len(t))],color="red")
718| plt.plot([T_collision for i in range(10)],[i-1 for i in range(10)],color="red")
719| plt.yticks([0],fontsize=20)
720| plt.xticks([0,5.4*10**-11,6*10**-11],fontsize=20)
721| #plt.xticks(fontsize=20)
722| plt.xlim(0,6*10**-11)
723| plt.ylim(-0.1,0.5)
724| plt.grid()
725| plt.tight_layout()
726| plt.show()
727|
728| ##Tore:
729|
730| def pol_cart(list):
731|     r,theta,z = list[0],list[2],list[3]
732|     x=r*cos(theta)
733|     y=r*sin(theta)
734|     return(x,y,z)
735|
736| def l_pol_cart(sol):
737|     X,Y,Z=[],[],[]
738|     for i in range(len(sol)):
739|         x,y,z=pol_cart(sol[i])
740|         X.append(x)
741|         Y.append(y)
742|         Z.append(z)
743|     return(X,Y,Z)
744|
745| X,Y,Z=l_pol_cart(sol[:540])
746| tore = plt.figure("Tore",clear=True)
747| ax = tore.add_subplot(1, 1, 1, projection='3d')
748|
749| (theta, phi) = np.meshgrid(np.linspace(0, 2 * np.pi, 41),
750|                           np.linspace(0, 2 * np.pi, 41))
751|
752| x = (1.9 + np.cos(phi)) * np.cos(theta)
753| y = (1.9 + np.cos(phi)) * np.sin(theta)
754| z = 0.7*np.sin(phi)
755|
756| dplot = ax.plot_surface(x,y,z,color='whitesmoke' ,alpha=0.5)
757| ax.set(xlabel='x',
758|         ylabel='y',
759|         zlabel='z',
760|         xlim = [-3.2, 3.2],
761|         ylim = [-3.2, 3.2],
762|         zlim = [-1, 1],
763|         xticks = [-3.1,-2.4,-1.7,0,1.7,2.4,3.1],
764|         yticks = [-3.1,-2.4,-1.7,0,1.7,2.4,3.1],
765|         zticks = [-0.7, 0, 0.7],
766|         title='Tore')

```

```
767| ax.scatter(X, Y, Z, marker='p')
768| tore.tight_layout()
769|
770| plt.show()
771| ##
772| for angle in range(0, 360):
773|     ax.view_init(10, angle)
774|     plt.draw()
775|     plt.pause(.001)
```

```

001 ## Simulation Principale:
002
003 ## Initialisation:
004
005 import matplotlib.pyplot as plt
006 from math import *
007 import numpy as np
008 from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d
009 import copy as c
010
011 R=2.40 #Grand rayon du tore
012 rho=0.7 #Rayon du tore
013 I=1400 #Intensité du courant dans les bobines
014 N=18*2028 #Nombre de spires
015 q=1.6*(10)**-19 #Charge élémentaire
016 mu=4*pi*10**-7 #Perméabilité du vide
017 m=9.1*10**-31 #Masse e-
018 B=(q*mu*N*I)/(2*pi*m)
019
020 #v0=1.3*10**4 #Conservation de la quantité de mouvement
021 #v0=10**11
022 #v0=1.2*10**5
023 #v0=8*10**7 #D'après Thermodynamique (T=150*10**6K)
024 v0=10**6
025
026 t0=0
027 r0=R
028 theta0=0
029 z0=0
030
031 p_dicho=10**-10
032
033 T_calcul=5.4*10**-11
034 nbr_points=10000
035 t=np.linspace(0,T_calcul,nbr_points)
036 #maxstep=50000000
037 maxstep=10
038 #maxstep=1000000 # Maximum number of (internally defined) steps allowed for each integration point in t.
039
040 Racine = "F:/TIPE/Info/"
041 FileName = str(v0)+"_"+str(T_calcul)+"_"+str(nbr_points)+"_"+str(maxstep)
042
043 def FileWriteCsv(file,array):
044     for i in range(array.shape[0]):
045         for j in range(array.shape[1]):
046             file.write(str(array[i,j]))
047             if (j != array.shape[1]-1):
048                 file.write(",")
049             file.write("\n")
050
051 def linsplt(l):
052     return list(map(float,l.split(",")))
053
054 def FileReadCsv(file):
055     lines = file.readlines()
056     return np.array(list(map(linsplt,lines)))
057
058 def f(r):
059     #fonction f issue du syst.
060     return 2*(v0**2)-((R*v0)**2/(r**2))-(B*log(r/R))**2
061
062 def dichotomie(f,r1,r2,p):
063     #Prend en argument une fonction f, un intervalle [r1,r2] et une précision et détermine le point où f s'annule avec la précision p
064     while r2-r1>p:
065         m=(r1+r2)*0.5
066         if f(m)*f(r1)<0:
067             r2=m
068         else:
069             r1=m
070     return((r1+r2)*0.5)
071
072 def valeurs_negatives(f,R):
073     #Prend en argument une fonction f et R et détermine deux valeurs à gauche et à droite de R pour lesquelles la fonction f est négative
074     x1,x2=R,R
075     while f(x1)>0:
076         x1=x1/2
077     while f(x2)>0:
078         x2=2*x2
079     x1=x1/2
080     x2=2*x2
081     return(x1,x2)
082
083 def zone_tore(f,R,p):
084     #prend en argument une fonction f, le grand rayon du tore R et une "précision" p et détermine l'intervalle de r que peut atteindre la particule

```

```

085|     x1i,x2i=valeurs_negatives(f,R)
086|     x1=dichotomie(f,x1i,R,p)
087|     x2=dichotomie(f,R,x2i,p)
088|     return(x1,x2)
089|
090| def instant_collision(dans_tore):
091|     i=0
092|     intervalle_temp=T_calcul/nbr_points
093|     for i in range(len(dans_tore)):
094|         if dans_tore[i]<=0:
095|             return(i,i*intervalle_temp)
096|     return("pas de sortie de tore","pas de sortie de tore")
097|
098| ## Enregistrement:
099|
100| def f_s(r):
101|     return (((R*v0)**2)/r**3)-(B**2)*(log(r/R)/r)
102|
103| def f_theta(r):
104|     return (R*v0)/(r**2)
105|
106| def f_z(r):
107|     return B*log(r/R)
108|
109| def dY(Y,t):
110|     r,s,theta,z=Y
111|     dYdt=[s,f_s(r),f_theta(r),f_z(r)]
112|     return dYdt
113|
114| Y0=[r0,v0,theta0,z0] #CI
115|
116| from scipy.integrate import odeint
117| sol = odeint(dY,Y0,t, mxstep=maxstep)
118| #sol = odeint(dY,Y0,t)
119|
120| dans_tore=[rho**2 -(sol[i,0]-R)**2-sol[i,3]**2 for i in range(len(sol))]
121| Indice_collision,T_collision=instant_collision(dans_tore)
122| print(Indice_collision,T_collision)
123|
124| file = open(Racine+FileName+".csv", "w")
125| FileWriteCsv(file,sol)
126| file.close()
127|
128| ## Lecture:
129|
130| #file = open(Racine+FileName+".csv", "r")
131| file = open(Racine+"1000000000_9.000000000000001e-09_10000_1000000.csv", "r")
132| sol = FileReadCsv(file)
133| file.close()
134|
135| dans_tore=[rho**2 -(sol[i,0]-R)**2-sol[i,3]**2 for i in range(len(sol))]
136| Indice_collision,T_collision=instant_collision(dans_tore)
137| print(Indice_collision,T_collision)
138|
139| ## Visualisation:
140|
141| ## Générale:
142| solg=plt.figure("Méthode scipy",figsize = (16, 9))
143| plt.gcf().subplots_adjust(left = 0.13, bottom = 0.1,right = 0.98, top = 0.95, wspace = 0.2, hspace = 0.4)
144|
145| ax = solg.add_subplot(3, 3, 1) #Table
146| data=[[R,"m"],
147|        [rho,"m"],
148|        [I,"A"],
149|        [N,""],
150|        [q,"C"],
151|        [m,"kg"],
152|        [B,""],
153|        [v0,"m/s"],
154|        [(r0,theta0,z0),(m, rad, m)],
155|        [T_calcul,"s"],
156|        [T_collision,"s"]
157|       ]
158| column_labels=["Valeur Numérique","Unité"]
159| row_labels=["Grand rayon R","Petit rayon p","Intensité courant bobines I","Nombre de Bobines","Charge particule q","Masse particule m","Constante  $\beta$ ","Vitesse initiale particule","Coordonnée initiales particules","Intervalle de temps de calcul","Sortie de tore"]
160| plt.axis('tight')
161| plt.axis('off')
162| plt.table(cellText=data,colLabels=column_labels,rowLabels=row_labels,loc="center")
163|
164| ax = solg.add_subplot(3, 3, 2)
165| plt.plot(t,sol[:,0],label="r en fonction de t")
166| plt.legend()
167|
168| ax = solg.add_subplot(3, 3, 3)
169| plt.plot(t,sol[:,1],label="s en fonction de t")

```

```

170| plt.legend()
171|
172| ax = solg.add_subplot(3, 3, 4) #Portrait de phase
173| plt.plot(sol[:,0],sol[:,1],label="Portrait de phase",color="lightblue")
174| plt.legend()
175|
176| ax = solg.add_subplot(3, 3, 5)
177| plt.plot(t,sol[:,2],label=r"$\theta$ en fonction de t")
178| plt.legend()
179|
180| ax=solg.add_subplot(3,3,6)
181| plt.plot(t,sol[:,3],label="z en fonction de t")
182| plt.legend()
183|
184| ax=solg.add_subplot(3,3,8)
185| plt.plot(t,dans_tore,label="positif<=>particule dans le tore")
186| plt.yticks([0])
187| plt.grid()
188|
189| plt.show()
190|
191| ## r(t):
192| plt.figure()
193| plt.plot(t, sol[:, 0], label='r(t)')
194| plt.legend(loc='best')
195| plt.xlabel('t', fontsize=30)
196| plt.ylabel('r(t)', fontsize=30)
197| plt.xticks(fontsize=20)
198| plt.yticks(fontsize=20)
199| #plt.xlim(0,10**-6)
200| plt.tight_layout()
201| plt.show()
202|
203| ## r(t) (avec horizontales):
204| x1p,x2p=zone_tore(f,R,p_dicho)
205| print(x1p,x2p)
206|
207| plt.figure()
208| Y1=[x1p for i in range(len(sol[:, 0]))]
209| Y2=[x2p for i in range(len(sol[:, 0]))]
210| plt.plot(t, sol[:, 0], label='r(t)')
211| plt.plot(t,Y1,"red")
212| plt.plot(t,Y2,"red")
213| plt.legend(loc='best')
214| plt.xlabel('t', fontsize=30)
215| plt.ylabel('r(t)', fontsize=30)
216| plt.xticks(fontsize=20)
217| plt.yticks(fontsize=20)
218| plt.tight_layout()
219| plt.show()
220|
221| ## z(t):
222| plt.figure()
223| plt.plot(t, sol[:, 3], label='z(t)')
224| plt.legend(loc='best')
225| plt.xlabel('t', fontsize=30)
226| plt.ylabel('z(t)', fontsize=30)
227| plt.xticks([0*10**-4,0.5*10**-4,10**-4],fontsize=20)
228| plt.yticks(fontsize=20)
229| plt.tight_layout()
230| plt.show()
231|
232| ## z(t) (réduit):
233| plt.figure()
234| plt.plot(t, sol[:, 3], label='z(t)')
235| plt.legend(loc='best')
236| plt.xlabel('t', fontsize=30)
237| plt.ylabel('z(t)', fontsize=30)
238| plt.xticks(fontsize=20)
239| plt.yticks(fontsize=20)
240| plt.xlim(0,10**-7)
241| plt.ylim(0,2.5*10**-5)
242| plt.tight_layout()
243| plt.show()
244|
245| ## Négatif <=> Sortie du tore:
246|
247| plt.figure()
248| tore=[rho**2 -(sol[i,0]-R)**2-sol[i,3]**2 for i in range(len(sol))]
249|
250| plt.plot(t,tore)
251| plt.xticks([0,5*10**-5,10**-4],fontsize=20)
252| plt.yticks(fontsize=20)
253| plt.grid()
254| plt.tight_layout()
255| plt.show()
256|

```

```

257| ##Négatif <=> Sortie du tore (réduit):
258| plt.figure()
259| plt.plot(t,dans_tore,label="positif<=>particule dans le tore")
260| plt.plot([t[collision for i in range(10)],t[i-1 for i in range(10)]],color="red")
261| plt.yticks([0,5.4*10**-11,6*10**-11],fontsize=20)
262| plt.xticks([0,5.4*10**-11,6*10**-11],fontsize=20)
263| #plt.xticks(fontsize=20)
264| plt.ylim(-0.1,0.5)
265| plt.grid()
266| plt.tight_layout()
267| plt.show()
270|
271| ## Tore:
272|
273| def pol_cart(list):
274|     r,theta,z = list[0],list[2],list[3]
275|     x=r*cos(theta)
276|     y=r*sin(theta)
277|     return(x,y,z)
278|
279| def l_pol_cart(sol):
280|     X,Y,Z=[],[],[]
281|     for i in range(len(sol)):
282|         x,y,z=pol_cart(sol[i])
283|         X.append(x)
284|         Y.append(y)
285|         Z.append(z)
286|     return(X,Y,Z)
287|
288| X,Y,Z=l_pol_cart(sol)
289| tore = plt.figure("Tore",clear=True)
290| ax = tore.add_subplot(1, 1, 1, projection='3d')
291|
292| (theta, phi) = np.meshgrid(np.linspace(0, 2 * np.pi, 41),
293|                           np.linspace(0, 2 * np.pi, 41))
294|
295| x = (1.9 + np.cos(phi)) * np.cos(theta)
296| y = (1.9 + np.cos(phi)) * np.sin(theta)
297| z = 0.7*np.sin(phi)
298|
299| dplot = ax.plot_surface(x,y,z,color='whitesmoke' ,alpha=0.5)
300| ax.set(xlabel='x',
301|         ylabel='y',
302|         zlabel='z',
303|         xlim = [-3.2, 3.2],
304|         ylim = [-3.2, 3.2],
305|         zlim = [-1, 1],
306|         xticks = [-3.1,-2.4,-1.7,0,1.7,2.4,3.1],
307|         yticks = [-3.1,-2.4,-1.7,0,1.7,2.4,3.1],
308|         zticks = [-0.7, 0, 0.7],
309|         title='Tore')
310| ax.scatter(X, Y, Z, marker='p')
311| tore.tight_layout()
312| #ax.view_init(10, 45)
313| #ax.view_init(90,90)
314| ax.view_init(0,90)
315| plt.show()
316| ##
317| for angle in range(0, 360):
318|     ax.view_init(angle, angle)
319|     plt.draw()
320|     plt.pause(.001)

```